

## باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید: الف) دو پیشامد ناسازگار ب) پیشامد نشدنی ج) فضای نمونه ای	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$	۱/۲۵
۳	۱۳ دانش آموز در یک اردو حضور دارند. نشان دهید حداقل دو نفر از آن ها در یک ماه متولد شده اند.	۱
۴	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید "مجموع دو عدد زوج همواره عددی زوج است."	۰/۷۵
۵	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد آنگاه $2 + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.	۱
۶	اگر $A$ و $B$ دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B) \cap (B - A) = \phi$	۱
۷	مجموعه های $A = \{-1, 0\}$ ، $B = \{1, 2\}$ و $C = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2)\}$ را در نظر بگیرید. مجموعه $(A \times B) \cap C$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵
۸	رابطه $R$ روی $\mathbb{R}^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ab = cd$ الف) ثابت کنید $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۹	یک تاس را دوبار پرتاب می کنیم. مطلوب است: الف) پیشامد $A$ که در آن مجموع عددهای برآمده بیشتر از ۱۰ باشد. ب) پیشامد $B$ که در آن عدد های برآمده یکسان باشد. ج) پیشامد $A - B$	۲

« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

## باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	با به کارگیری عبارت های مجموعه ای، فضای نمونه ای مرکب از تمام نقاط واقع بر محیط و داخل دایره ای به شعاع ۵ و به مرکز (۲، -۴) را مشخص کنید.	۱
۱۱	از بین ۴ مهره سبز و ۶ مهره قرمز، ۳ مهره را به تصادف انتخاب می کنیم، مطلوبست احتمال آنکه یک مهره سبز و بقیه مهره ها، قرمز باشند.	۱/۵
۱۲	سکه سالمی را ۱۵ بار می ریزیم احتمال آن که ۴ بار سکه رو بیاید، چقدر است؟	۱
۱۳	تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد دو برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. اگر در یک پرتاب این تاس، A پیشامد وقوع عددی بزرگ تر از ۳ باشد، $P(A)$ را بیابید.	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین دو عدد ۰ و ۲ انتخاب می شوند. مطلوب است احتمال آنکه مجموع دو عدد بزرگتر یا مساوی ۱ باشد.	۲
۱۵	اگر احتمال وجود تلویزیون رنگی در یک خانه قدیمی ۰/۴۱، سیاه و سفید ۰/۸۵ و از هر دو نوع ۰/۳۲ باشد، احتمال این که در این خانه لااقل یکی از این دو نوع تلویزیون موجود باشد، چقدر است؟	۱/۵
	«موفق باشید»	جمع نمره ۲۰

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۵	الف) تعریف ص ۱۱۰: دو پیشامد در یک فضای نمونه ای که هر دو با هم اتفاق نمی افتند را دو پیشامد ناسازگار می گویند. ب) تعریف ص ۸۰: پیشامد تهی ( بدون عضو) را پیشامد نشدنی می گویند. ج) تعریف ص ۷۲: مجموعه تمام نتایج ممکن یک پدیده تصادفی را فضای نمونه ای می گویند.	۱
۱/۲۵	درست است $(۰/۲۵)$ $۲ = ۲ \times ۱^۲ \rightarrow ۲ = ۲$ $P(۱)$ : آزمون استقرء فرض استقرء $P(k): ۲+۶+۱۰+.....+(۴k-۲)=۲k^۲$ , $K \in N(۰/۲۵)$ حکم استقرء $p(k+۱): ۲+۶+۱۰+.....+(۴k-۲)+(۴(k+۱)-۲)=۲(k+۱)^۲$ $(۰/۲۵)$ اثبات $۲k^۲ + (۴k+۲) = ۲(k^۲+۲k+۱) = ۲(k+۱)^۲$ $(۰/۲۵)$ پس حکم برقرار است. صفحه ۱۱	۲
۱	۱۳ (تعداد دانش آموزان) تعداد کیبوتر $(۰/۲۵)$ و ۱۲ (تعداد ماه های سال) تعداد لانه است $(۰/۲۵)$ . $۱۳ = ۱۲ \times ۱ + ۱$ $(۰/۲۵)$ . طبق اصل لانه کیبوتری حداقل دو نفر در یک ماه متولد شده اند. $(۰/۲۵)$ تمرین صفحه ۳۰	۳
۰/۷۵	$a = ۲k, b = ۲k'$ $(۰/۲۵) \Rightarrow a + b = ۲k + ۲k' = ۲(k+k') = ۲k''$ $(۰/۲۵)$ صفحه ۱۷	۴
۱	صفحه ۲۸ $\sqrt{۳} = a - ۲$ $(۰/۲۵) \Rightarrow \sqrt{۳} = a$ (گویا) $\Rightarrow ۲ + \sqrt{۳} = a$ (گنگ نیست) $(۰/۲۵)$ فرض خلف $۲ + \sqrt{۳}$ $(۰/۲۵)$ یک عبارت گویا با عبارت گنگ برابر نیست بنابراین به تناقض رسیده ایم ، حکم اولیه درست است. $(۰/۲۵)$	۵
۱	$(A-B) \cap (B-A) = \underbrace{(A \cap B')}_{(۰/۲۵)} \cap \underbrace{(B \cap A')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(A \cap A')}_{(۰/۲۵)} \cap \underbrace{(B \cap B')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\emptyset}_{(۰/۲۵)} \cap \underbrace{\emptyset}_{(۰/۲۵)} = \emptyset$ تمرین صفحه ۵۵	۶
ادامه در صفحه دوم		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
۷	تمرین صفحه ۵۹	$A \times B = \{(-1,1), (-1,2), (0,1), (0,2)\} \quad (1)$ $(A \times B) \cap C = \{(0,1), (0,2)\} \quad (0/5)$	۱/۵
۸	صفحه ۶۸ (الف)	<p>بازتابی: <math>(a,b) R (a,b) \Leftrightarrow a b = ab \quad (0/25)</math></p> <p>تقارنی: <math>(a,b) R (c,d) \Rightarrow ab=cd \Rightarrow cd=ab \Rightarrow (c,d) R (a,b) \quad (0/25)</math></p> <p>تراپایی: <math>\begin{cases} (a,b) R (c,d) \Rightarrow ab=cd \\ (c,d) R (e,f) \Rightarrow cd=ef \end{cases} \Rightarrow ab=ef \Rightarrow (a,b) R (e,f) \quad (0/25)</math></p> <p>در نتیجه یک رابطه‌ی هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>(ب)</p> $[(-1,2)] = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid (a,b) R (-1,2)\} \quad (0/25)$ $ab = -2 \quad (0/25)$	۱/۵
۹	(الف) (۰/۷۵) (ب) (هر دو مورد ۰/۲۵) (ج) (۰/۵) مشابه مثال صفحه ۷۵	$A = \{(5,6), (6,5), (6,6)\}$ $B = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$ $A - B = \{(5,6), (6,5)\}$	۲
۱۰	مشابه تمرین ۹ صفحه ۸۱	$S = \{(x,y) \mid (x-4)^2 (0/25) + (y+2)^2 (0/25) \leq 25 (0/5)\}$	۱
۱۱	صفحه ۸۶	$n(S) = \binom{10}{3} = 120 \quad (0/25) \quad n(A) = \binom{6}{1} \times \binom{6}{2} = 60 \quad (0/75)$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \quad (0/5)$	۱/۵
ادامه در صفحه سوم			

ساعت شروع: ۸ صبح		رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹		سال سوم آموزش متوسطه		
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷		
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره	
۱۲	صفحه ۹۰	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{15}{4} (0.15)}{2^5 (0.125)}$		
۱۳	صفحه ۹۸	$\left. \begin{aligned} p(1) = p(2) = p(5) = pa \\ p(2) = p(4) = p(6) = a \end{aligned} \right\} (0.5)$ $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1 (0.25)$ $2a + a + 2a + a + 2a + a = 1$ $9a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9} (0.25)$ $p(A) = p(4) + p(5) + p(6) (0.25) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9} (0.25)$		
۱۴	صفحه ۱۰۹	$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ $a_S = 2 \times 2 = 4 \text{ مساحت مربع } (0.5)$ $A = \{(x, y) \in S \mid 1 \leq x + y\} \Rightarrow a_A = \text{مساحت مثلث} - \text{مساحت مربع} \Rightarrow a_A = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2} (0.5)$ $p(A) = \frac{a_A}{a_S} (0.25) = \frac{7/2}{4} = \frac{7}{8} (0.25)$	<p>(رسم شکل ۰/۵ نمره)</p>	
۱۵	صفحه ۱۱۴	<p>فرض: <math>p(A) = 0.41</math>, <math>p(B) = 0.85</math>, <math>p(A \cap B) = 0.32</math> (هر مورد ۰/۲۵)</p> $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) (0.5) = 0.41 + 0.85 - 0.32 = 0.94 (0.25)$		
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »		

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.