www.konkur.in

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۲۵/ ۵/ ۱۳۹۱	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **مرداد ماه سال ۱۳۹۱**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استدلال استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی **n** ، ثابت کنید : $۱\times۲+۲\times۵+\ldots+n(۳n-۱)=n^۲(n+۱)$	۱/۵
۲	با استدلال استنتاجی ثابت کنید که اگر **x** یک عدد صحیح و مضرب ۳ باشد ، آنگاه $x(x+۳)$ مضرب ۱۸ است.	۱
۳	می دانیم که $\sqrt{۲}$ گنگ است، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt[۳]{۱+\sqrt{۲}}$ نیز گنگ می باشد .	۱
۴	اگر a , b اعداد حقیقی باشند بطوریکه $(ab<۰)$ ، ثابت کنید : $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\leq -۲$	۱
۵	مدرسه ای ۶۰۱ نفر دانش آموز دارد، حداقل چند نفر از آنها ماه تولدشان یکسان است و چرا ؟	۱
۶	اگر $A=\{۲^n \mid n\in N \ , \ n<۴\}$ و $B=\{۲k+۱ \mid k\in Z \ , \ |k|\leq ۱\}$ دو مجموعه باشند : الف) A , B را با نوشتن عضوها مشخص کنید و سپس اعضای $A\times B$ را بنویسید. ب) اگر **R** یک رابطه از **A** در **B** به صورت زیر باشد : $R=\{(x,y)\in A\times B \mid x+y<۶\}$ عضوهای رابطه ی **R** را مشخص کنید .	۱/۷۵
۷	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید : $(A\cup B)-(B\cup C)=(A-B)-C$	۱
۸	اگر $A_n=\{x\in Z \mid -n\leq x\leq n\}$ مطلوبست : $A_۲-(A_۱\cap A_۳)$	۱/۲۵
۹	رابطه ی **R** روی $R^۲$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x,y)\ R\ (z,t)\Leftrightarrow x^۲-z^۲=y-t$ الف) نشان دهید رابطه ی **R** هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-۱,۲)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۱۰	یک سکه و یک تاس سالم را با هم پرتاب می کنیم . الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را بنویسید . ب) پیشامد **A** که در آن سکه پشت و عدد تاس بزرگتر از ۳ باشد را مشخص کنید . پ) پیشامد **B** که در آن سکه رو و عدد تاس زوج باشد را بنویسید. ت) پیشامد $A'\cap B'$ را بنویسید .	۲
	" ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم "	

forum.konkur.in

www.konkur.in

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۲۵/ ۵/ ۱۳۹۱	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **مرداد ماه سال ۱۳۹۱**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	کیسه ای شامل ۵ مهره ی سفید و ۶ مهره ی سیاه است . از این کیسه ۳ مهره با هم به تصادف بیرون می آوریم ، مطلوبست احتمال آنکه حداقل ۲ مهره ی سفید خارج شده باشد .	۱/۵
۱۲	اگر $S=\{a,b,c,d\}$ فضای نمو نه ای یک تجربه ی تصادفی باشد و داشته باشیم : $p(d)=\frac{۱}{۸}$, $p(c)=\frac{۱}{۲}$, $p(a)=۳p(b)$ مطلوبست محاسبه ی $p(b)$ و $p(a')$.	۱/۲۵
۱۳	آزمونی شامل ۱۵ سؤال دو گزینه ا ی (درست – غلط) می باشد ، دانش آموزی بطور تصادفی به همه سؤالات این آزمون پاسخ می دهد ، احتمال آنکه دقیقاً به ۷سؤال پاسخ درست داده باشد ، چقدر است ؟	۰/۷۵
۱۴	دو عدد حقیقی به تصادف از بازه ی $[-۱,۲]$ انتخاب می کنیم ، احتمال آنکه مجموع این دو عدد مثبت باشد را محاسبه کنید .	۱/۵
۱۵	از مجموعه ی اعداد $\{۱,۲,...,۱۰۰۰\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم : الف) احتمال آنکه عدد انتخابی بر ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد را بیابید . ب) احتمال آنکه عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد را بیابید.	۲
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

forum.konkur.in

www.konkur.in

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۲۵/ ۵/ ۱۳۹۱
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

مصححین گرامی لطفاً به توضیحات صفحه چهار راهنمای تصحیح توجه نمائید.

۱	$p(1): 1\times 2=1^2(1+1)$ (۰/۲۵) $p(k): 1\times 2+2\times 5+\dots+k(3k-1)=k^2(k+1)$ (۰/۲۵) فرض استقراء $p(k+1): 1\times 2+2\times 5+\dots+k(3k-1)+(k+1)(3k+2)=(k+1)^2(k+2)$ (۰/۲۵) حکم استقراء طرف چپ حکم $=k^2(k+1)+(k+1)(3k+2)=(k+1)(k^2+3k+2)=(k+1)(k+1)(k+2)=(k+1)^2(k+2)$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۱/۵
۲	فرض: $x=3q$ $x(x+3)=3q(3q+3)=9q(q+1)=9(2t)=18t$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵) حکم: $x(x+3)=18t$ ضرب دو عدد متوالی همیشه زوج است	۱
۳	فرض: $\sqrt{2}$ گنگ فرض خلف: $\sqrt[3]{1+\sqrt{2}}=a$ (۰/۲۵) گویا $\Rightarrow 1+\sqrt{2}=a^3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \underset{\text{گنگ}}{\sqrt{2}}=\underset{\text{گویا}}{a^3-1}$ (تناقض) (۰/۲۵) حکم: $\sqrt[3]{1+\sqrt{2}}$ گنگ تفریق دو عدد گویا همواره گویا است (این تناقض نشان می دهد که خلاف حکم برقرار نمی باشد) (۰/۲۵)	۱
۴	$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\le -2 \underset{(0/25)}{\Leftrightarrow} \frac{a^2+b^2}{ab}\le -2 \underset{(0/25)}{\overset{ab<0}{\Leftrightarrow}} a^2+b^2\ge -2ab \Leftrightarrow \underset{(0/25)}{(a+b)^2\ge 0}$ عبارت همواره درست است و تمام مراحل بازگشت پذیر می باشند. (۰/۲۵)	۱
۵	m= تعداد کبوتر = ۶۰۱ (۰/۲۵) $601=50\times 12+1$ (۰/۲۵) n= تعداد لانه = ۱۲ طبق اصل لانه کبوتری حداقل در یکی از لانه ها ۵۱=۱+۵۰ کبوتر خواهد بود(۰/۲۵) ، یعنی حداقل ۵۱ دانش آموز ماه تولد یکسان را دارند. (۰/۲۵)	۱
۶	الف) $A=\{2,4,8\}$ (۰/۲۵) , $B=\{-1,1,3\}$ (۰/۲۵) $A\times B=\begin{Bmatrix}(2,-1), & (2,1), & (2,3)\\ (4,-1), & (4,1), & (4,3)\\ (8,-1), & (8,1), & (8,3)\end{Bmatrix}$ ((۰/۲۵) نمره (هر سه زوج نوشته شده (۰/۷۵) ب) $R=\begin{Bmatrix}(2,-1), & (2,1) & \\ (2,3), & (4,-1), & (4,1)\end{Bmatrix}$ (۰/۵)	۱/۷۵
	« ادامه ی پاسخنامه در صفحه ی دوم »	

forum.konkur.in

www.konkur.in

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۲۵/ ۵/ ۱۳۹۱
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

مصححین گرامی لطفاً به توضیحات صفحه چهار راهنمای تصحیح توجه نمائید.

۷ — **۱**

$$(A\cup B)-(B\cup C)=(A\cup B)\cap(B\cup C)' \underset{(۰/۲۵)}{=} (A\cup B)\cap(B'\cap C') \underset{(۰/۲۵)}{=} [(A\cup B)\cap B']\cap C' =$$
$$[(A\cap B')\underset{(۰/۲۵)}{\cup}\phi]\cap C' = (A\cap B')\cap C' \underset{(۰/۲۵)}{=} (A-B)-C$$

۸ — **۱/۲۵**

$A_۱=\{-۱,۰,۱\}$ (۰/۲۵)

$A_۲=\{-۲,-۱,۰,۱,۲\}$ (۰/۲۵)

$A_۳=\{-۳,-۲,-۱,۰,۱,۲,۳\}$ (۰/۲۵)

$A_۱\cap A_۳=\{-۱,۰,۱\}$ (۰/۲۵)

$A_۲-(A_۱\cap A_۳)=\{-۲,۲\}$ (۰/۲۵)

۹ — **۱/۵**

الف) $\forall(x,y)\in R^۲ , (x,y)R(x,y) \Rightarrow x^۲-x^۲=y-y$ (۰/۲۵) رابطه ی بازتابی

$(x,y)\ R\ (z,t) \Rightarrow (z,t)\ R(x,y)$

$(x,y)R(z,t)\Rightarrow x^۲-z^۲=y-t \Rightarrow z^۲-x^۲=t-y\Rightarrow (z,t)R(x,y)$ (۰/۲۵) رابطه ی تقارنی

$\left.\begin{matrix}(x,y)R(z,t)\\(z,t)R(e,f)\end{matrix}\right\}\Rightarrow (x,y)\ R(e,f)$

$\left.\begin{matrix}x^۲-z^۲=y-t\\z^۲-e^۲=t-f\end{matrix}\right\}\overset{+}{\Rightarrow} x^۲-e^۲=y-f\Rightarrow (x,y)\ R(e,f)$ (۰/۵) رابطه ی تعدی

هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.

ب) (۰/۲۵) $[(-۱,۲)]=\{(x,y)|\underset{(۰/۲۵)}{(x,y)R(-۱,۲)}\}\Rightarrow\{(x,y)|x^۲-۱=y-۲\}=\{(x,y)|\ y=x^۲+۱\}$

۱۰ — **۲**

الف) $S=\{(ر،۱),(ر،۲),(ر،۳),(ر،۴),(ر،۵),(ر،۶),(پ،۱),(پ،۲),(پ،۳),(پ،۴),(پ،۵),(پ،۶)\}$ (۰/۵)

ب) $A=\{(پ،۴),(پ،۵),(پ،۶)\}$ (۰/۵)

پ) $B=\{(ر،۲),(ر،۴),(ر،۶)\}$ (۰/۵)

ت) $A'\cap B'=(A\cup B)'=\{(پ،۱),(پ،۲),(پ،۳),(ر،۱),(ر،۳),(ر،۵)\}$ (۰/۵)

۱۱ — **۱/۵**

$n(S)=\binom{۱۱}{۳}=۱۶۵$ (۰/۲۵) $\quad n(A)=\binom{۵}{۲}\binom{۶}{۱}+\binom{۵}{۳}=۷۰$ (۰/۷۵)

$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(A)=\frac{۷۰}{۱۶۵}=\frac{۱۴}{۳۳}$ (۰/۲۵)

« ادامه پاسخنامه در صفحه ی سوم »

forum.konkur.in

www.konkur.in

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۲۵/ ۵/ ۱۳۹۱
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **مرداد ماه سال ۱۳۹۱**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

مصححین گرامی لطفاً به توضیحات صفحه چهار راهنمای تصحیح توجه نمائید.

۱۲ — نمره: ۱/۲۵

$p(a)+p(b)+p(c)+p(d)=1$ (۰/۲۵)

$3p(b)+p(b)+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=1 \Rightarrow p(b)=\frac{3}{32}$ (۰/۲۵)

$p(a)=\frac{9}{32}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(a')=1-\frac{9}{32}=\frac{23}{32}$ (۰/۲۵)

۱۳ — نمره: ۰/۷۵

$p(A)=\frac{\binom{n}{k}}{2^n}=\frac{\binom{15}{7}}{2^{15}}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۴ — نمره: ۱/۵

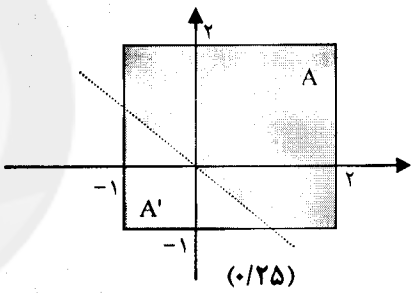
$S=\{(x,y)\in R^2 \mid -1\le x\le 2 \ , \ -1\le y\le 2\}$

$A=\{(x,y)\in S \mid x+y>0\}$ (۰/۲۵)

$a_S=9$ (۰/۲۵)

$a_{A'}=\frac{2\times 2}{2}=2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a_A=9-2=7$ (۰/۲۵)

$p(A)=\frac{a_A}{a_S}=\frac{7}{9}$ (۰/۲۵)



(۰/۲۵)

۱۵ — نمره: ۲

A: عدد مضرب ۳ باشد $n(s)=1000$ (۰/۲۵) $n(A)=\left[\frac{1000}{3}\right]=333$ (۰/۲۵)

B: عدد مضرب ۵ باشد $n(B)=\left[\frac{1000}{5}\right]=200$ (۰/۲۵) $n(A\cap B)=\left[\frac{1000}{15}\right]=66$ (۰/۲۵)

الف)

$P(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$ (۰/۲۵)

$p(A\cup B)=\frac{333}{1000}+\frac{200}{1000}-\frac{66}{1000}=\frac{467}{1000}$ (۰/۲۵)

ب)

$p(A-B)=p(A)-p(A\cap B)$ (۰/۲۵)

$p(A-B)=\frac{333}{1000}-\frac{66}{1000}=\frac{267}{1000}$ (۰/۲۵)

جمع نمره	۲۰

با عرض خسته نباشید حضور همکاران گرامی ، لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمائید.

forum.konkur.in

www.konkur.in

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۲۵/ ۵/ ۱۳۹۱
دانش آموزان‌و داوطلبان‌آزاد سراسرکشوردر **مرداد ماه سال ۱۳۹۱**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	صفحه چهار راهنمای تصحیح	نمره

با توجه به مشکل جابجایی پرانتزها در تایپ سوال ۱۲ ، چنانچه دانش آموزی مسأله را تشخیص داده و حل نموده است ، بارم طبق راهنمای تصحیح منظور گردد. در غیر اینصورت سوال ۱۲ حذف و بارم آن به شرح ذیل توزیع گردد :

۱)در سوال ۱۱ بارم ۰/۷۵ به ۱ نمره تغییر یابد (بارم سوال۱/۷۵ نمره)

۲) درسوال۱۳ بارم ۰/۷۵ به ۱ نمره تغییر یابد (بارم سوال۱ نمره)

۳) درسوال۱۴ ، ۰/۲۵ به شکل و ۰/۲۵ به قسمت S اضافه شود (بارم سوال ۲ نمره)

۴) درسوال۱۵ ، ۰/۲۵ به فرمول قسمت **ب** اضافه شود (بارم سوال ۲/۲۵ نمره)

سایت کنکور

forum.konkur.in