

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۱۱	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف) عبارت "مجموع دو عدد گنگ، عددی گنگ است." نادرست است و مثال نقض آن دو عدد ..... می باشد. ب) فضای نمونه ای مربوط به طول عمر یک ترانزیستور که بر حسب زمان اندازه گیری شده است یک فضای نمونه ای ..... می باشد. (گسسته، پیوسته) ج) در پرتاب دو تاس و یک سکه تعداد اعضاء فضای نمونه ای ..... می باشد.	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرا، برای هر عدد طبیعی $n$ ثابت کنید: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$	۱/۵
۳	اگر $n^2$ مضربی از ۳ باشد، نشان دهید که $n$ نیز مضربی از ۳ است.	۱
۴	یک زیرمجموعه ۲۰ عضوی از اعداد طبیعی است. اگر اعضای را بر عدد ۱۹ تقسیم کنیم، حداقل دو عضو از این مجموعه دارای باقیمانده یکسانی بر ۱۹ هستند.	۱
۵	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $(A \cup B) - A = B - A$	۱
۶	مجموعه های $A = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}, -2 < k \leq 0\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 \leq 2\}$ را در نظر بگیرید. الف) مجموعه های $A$ و $B$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) مجموعه های $A \times B$ و $B^2$ و $(A \times B) \cap B^2$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵
۷	رابطه $R$ روی $Z$ به صورت ذیل تعریف شده است: $x R y \Leftrightarrow 2 \mid x - y$ الف) نشان دهید که $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) رابطه $R$ روی مجموعه $Z$ را به چند کلاس هم ارزی افراز می کند؟	۱/۵
۸	فرض کنید $A$ و $B$ و $C$ سه پیشامد باشند. الف) عبارت مجموعه ای برای "پیشامد $A$ و پیشامد $B$ اتفاق بیفتد ولی پیشامد $C$ اتفاق نیفتد" را بنویسید. ب) عبارت "پیشامد $A$ و پیشامد $B$ هر دو با هم اتفاق بیفتد" را با استفاده از نمودار ون نشان دهید.	۱

«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۱۱	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۹	دو سکه را با هم پرتاب می‌کنیم، اگر هر دو سکه پشت بیاید آنگاه یک تاس را می‌ریزیم. مطلوب است: الف) فضای نمونه‌ای این تجربه تصادفی ب) پیشامد A که در آن دقیقاً هر دو سکه به پشت و عدد تاس کوچکتر از ۳ باشد. ج) پیشامد B که در آن حداقل یک سکه رو بیاید.	۲
۱۰	از بین ۴ دانش آموز سال اول و ۶ دانش آموز سال دوم، ۳ نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم، مطلوبست احتمال آنکه یک نفر سال اول و بقیه سال دوم باشند.	۱/۵
۱۱	سکه سالمی را ۱۵ بار می‌ریزیم احتمال آن که سکه ۴ بار رو بیاید چقدر است؟	۱
۱۲	رمز یک قفل، عددی سه رقمی است. با علم به تکراری نبودن ارقام رمز، احتمال کشف کردن تصادفی رمز قفل را فقط با یک بار تنظیم ارقام پیدا کنید (در صدگان عدد رمز، رقم صفر مجاز است).	۱
۱۳	تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد دو برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. اگر در یک پرتاب این تاس، A پیشامد وقوع عددی بزرگ تر از ۳ باشد، $P(A)$ را بیابید.	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی را به طور تصادفی در بازه $(0, 2)$ انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه $ x - y  \leq 1$ را پیدا کنید.	۱/۵
۱۵	در یک شرکت که ۵۰ کارمند دارد ۳۲ نفر آن‌ها مرد هستند و ۲۰ نفر دارای مدرک فوق لیسانس می‌باشند. ۱۱ نفر از کارمندان، مرد و دارای مدرک فوق لیسانس هستند. یک نفر به تصادف از بین کارمندان انتخاب می‌شود. احتمال آن که این فرد مرد بوده یا مدرک فوق لیسانس داشته باشد را محاسبه کنید.	۱/۵
۲۰	جمع نمره	۲۰

«موفق باشید»

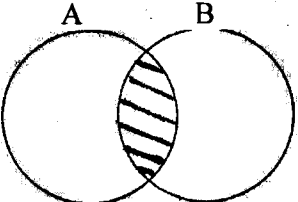
ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۶/۱۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) ارائه مثال نقض مانند: $+\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$ (۰/۵) (نمره) صفحه ۲۵ ب) پیوسته (۰/۵) (نمره) ص ۷۲ ج) ۷۲ (۰/۵) (نمره) ص ۸۱	۱/۵
۲	درست است (۰/۲۵) $P(1): 2=2 \times 1^2 \rightarrow 2=2$ : آزمون استقراء $P(k): 2+6+10+\dots+(4k-2)=2k^2$ , $K \in N$ (۰/۲۵) حکم استقراء: $p(k+1): 2+6+10+\dots+(4k-2)+(4(k+1)-2)=2(k+1)^2$ (۰/۲۵) اثبات: $2k^2$ (۰/۲۵) + $(4k+2)=2(k^2+2k+1)$ (۰/۲۵) $= 2(k+1)^2$ (۰/۲۵) پس حکم برقرار است ص ۱۱	۱/۵
۳	فرض کنیم $n$ مضرب ۳ نباشد: ص ۲۸ $r \in \{1, 2\}$ $n = 3k + r$ (۰/۲۵) $n^2 = (3k + r)^2 = 9k^2 + 6kr + r^2$ (۰/۲۵) $= 3(3k^2 + 2kr) + r^2$ (۰/۲۵) چون $r^2 \neq 0$ و مضرب ۳ نیست پس $n^2$ مضرب ۳ نمی شود که خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است.	۱
۴	اگر اعضای $S$ که ۲۰ عضو دارد به منزله کبوتر ( $m$ ) (۰/۲۵) و باقیمانده های تقسیم هر عدد طبیعی $n$ بر ۱۹ که بصورت $\{0, 1, 2, 3, \dots, 18\}$ می باشد دارای ۱۹ عضو است به منزله لانه ( $n$ ) (۰/۲۵) در نظر بگیریم، طبق اصل لانه کبوتری ( $m > n$ ) (۰/۲۵) حداقل یکی از لانه ها، دو و یا تعداد بیشتری کبوتر را دارا می باشد. پس حداقل دو عضو (۰/۲۵) از مجموعه $S$ دارای باقیمانده یکسانی بر ۱۹ خواهند بود. ص ۲۹	۱
۵	$(A \cup B) - A = (A \cup B) \cap A' = (A \cap A') \cup (B \cap A') = \Phi \cup (B - A) = B - A$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱

ادامه در صفحه دوم

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۶/۱۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۵	الف) $A = \{-2, 0\}$ $(0/25)$ $B = \{1\}$ $(0/25)$ ب) $B^c = \{(1, 1)\}$ $(0/25)$ , $A \times B = \{(-2, 1), (0, 1)\}$ $(0/5)$ $(A \times B) \cap B^c = \{ \}$ $(0/25)$	ص ۵۹	۶
۱/۵	الف) $\forall x \in Z, x R x \Rightarrow 3 x - x \Rightarrow 3 0$ $x R y \Rightarrow 3 x - y \Rightarrow 3 -(y - x) \Rightarrow 3 y - x \Rightarrow y R x$ رابطه بازتابی $(0/25)$ رابطه تقارنی $(0/25)$ رابطه تعدی است. $\left. \begin{array}{l} x R y \Rightarrow 3 x - y \Rightarrow x - y = 3k \\ y R z \Rightarrow 3 y - z \Rightarrow y - z = 3k' \end{array} \right\} \Rightarrow x - z = 3(k + k') = 3k'' \Rightarrow x R z$ $(0/25)$ رابطه هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. $(0/25)$ ب) رابطه مجموعه اعداد صحیح را به ۳ کلاس هم ارزی افزایش می کند. $(0/25)$	ص ۶۸	۷
۱	$(A \cap B) - C$ 	صفحه ۸۰ الف) $(0/5)$ ب) $(0/5)$	۸
۲	الف) $S = \left\{ \overbrace{\left( (ر,ر), (ر,پ), (پ,ر), (پ,پ), (پ,پ,۱), (پ,پ,۲), (پ,پ,۳), (پ,پ,۴), (پ,پ,۵), (پ,پ,۶) \right)}^{(0/5)} \right\}$ ب) $A = \{(پ,پ,۱), (پ,پ,۲)\}$ $(0/5)$ ج) $B = \{(ر,ر), (ر,پ), (پ,ر)\}$ $(0/5)$	ص ۸۱	۹
ادامه در صفحه سوم			

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۶/۱۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	<p>ص ۸۶</p> $n(S) = \binom{10}{3} = 120 \quad (.125) \quad n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{6}{2} = 60 \quad (.175)$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \quad (.15)$	۱۱۵
۱۱	<p>صفحه ۹۰</p> $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (.125) = \frac{\binom{15}{4} \quad (.15)}{3^{15} \quad (.125)}$	۱
۱۲	<p>تمرین صفحه ۹۱</p> $n(S) = 10 \times 9 \times 8 \quad (.125) \quad , \quad n(A) = 1 \times 1 \times 1 \quad (.15) \Rightarrow P(A) = \frac{1}{72} \quad (.125)$	۱
۱۳	<p>ص ۹۸</p> $\left. \begin{array}{l} p(1) = p(2) = p(5) = 2a \\ p(2) = p(4) = p(6) = a \end{array} \right\} \quad (.5)$ $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1 \quad (.125)$ $2a + a + 2a + a + 2a + a = 1$ $9a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9} \quad (.125)$ $p(A) = p(2) + p(5) + p(6) \quad (.125) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9} \quad (.25)$	۱۱۵
ادامه در صفحه چهارم		

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۶/۱۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۵	<p>تمرین ۳ صفحه ۱۰۷</p> <p style="text-align: right;"><math>a_s = 2 \times 2 = 4 \quad (۰/۲۵)</math></p> <p style="text-align: right;"><math>a_A = 4 - (2 \times \frac{1 \times 1}{2}) = 3 \quad (۰/۵)</math></p> <p style="text-align: right;"><math>P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{3}{4} \quad (۰/۲۵)</math></p>	۱۴
۱/۵	<p><math>A</math>: مرد بودن و <math>B</math>: فوق لیسانس داشتن</p> <p><math>P(A) = \frac{۲۲}{۵۰} \quad (۰/۲۵)</math> , <math>P(B) = \frac{۲۰}{۵۰} \quad (۰/۲۵)</math> , <math>P(A \cap B) = \frac{۱۱}{۵۰} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p><math>P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۲۲}{۵۰} + \frac{۲۰}{۵۰} - \frac{۱۱}{۵۰} = \frac{۳۱}{۵۰} \quad (۰/۲۵)</math></p>	ص ۱۱۹ ۱۵
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.