

## باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴ / ۶ / ۱۳۹۷	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف) تعداد اتومبیل هایی که در ساعت مشخصی از مقابل مدرسه می گذرند، پدیده ..... است (تصادفی - قطعی). ب) هر زیرمجموعه فضای نمونه ای یک ..... است (پیشامد ساده - پیشامد). ج) در پرتاب دو تاس و یک سکه تعداد اعضاء فضای نمونه ای ..... می باشد.	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$	۱/۲۵
۳	برای احکام نادرست زیر مثال نقض بیاورید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) برای هر عدد طبیعی $n$ آنگاه $2 + 3^n$ عددی اول است.	۱
۴	با استفاده از استدلال بازگشتی، ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی کوچکتر یا مساوی نصف مجموع مربع های آن ها است.	۱
۵	در یک کلاس ۳۰ نفر دانش آموز حضور دارند. حداقل چند نفر از دانش آموزان این کلاس در یک فصل از سال متولد شده اند؟ چرا؟	۰/۷۵
۶	مجموعه های $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 2\}$ و $B = \{x - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 0\}$ مفروضند: الف) مجموعه های $A$ ، $B$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ را مشخص کنید.	۱/۵
۷	اگر $A$ و $B$ دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$	۱
۸	رابطه ی $R$ روی $\mathbb{R}^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + b = c + d$ الف) نشان دهید که $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 0)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

## باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۴ / ۶ / ۱۳۹۷		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۷	

ردیف	سوالات	نمره
۹	از بین اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم: الف) فضای نمونه را بنویسید. ب) پیشامد $A$ که در آن عدد انتخابی فرد باشد. پ) پیشامد $B$ که در آن عدد انتخابی مضرب ۳ باشد. ت) پیشامد $A \Delta B$ را مشخص کنید.	۲
۱۰	فرض کنید $A$ و $B$ و $C$ سه پیشامد باشند. عبارت مجموعه ای برای "پیشامد $A$ و پیشامد $B$ اتفاق بیفتد ولی پیشامد $C$ اتفاق نیفتد" را بنویسید.	۰/۵
۱۱	از یک سبد که شامل ۴ پرتقال سالم و ۶ پرتقال ناسالم است، ۳ پرتقال با هم به تصادف بیرون می آوریم، مطلوبست احتمال آنکه یکی سالم و بقیه ناسالم باشند.	۱/۵
۱۲	سه شناگر $a, b, c$ با هم مسابقه می دهند. $a$ و $b$ دارای احتمال بردن مساوی هستند و شانس بردن هر کدام از آن ها دو برابر $c$ است. احتمال برد هر یک از شناگرها را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	تاس سالمی را ۱۵ بار می ریزیم احتمال آن که ۴ بار برآمد تاس یک عدد فرد باشد، چقدر است؟	۱
۱۴	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ (بدون تکرار) عدد ۳ رقمی می سازیم. چقدر احتمال دارد که عددی زوج نوشته شود؟	۱
۱۵	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین دو عدد ۰ و ۲ انتخاب می شوند. مطلوب است احتمال آنکه مجموع دو عدد بزرگتر یا مساوی ۱ باشد.	۱/۵
۱۶	احتمال این که دانش آموزی عضو انجمن ریاضی باشد، ۰/۲۳ و عضو انجمن فیزیک باشد ۰/۲۴ و دست کم عضو یکی از این دو انجمن باشد ۰/۳۸ است. احتمال این که در هر دو انجمن عضویت داشته باشد، چقدر است؟	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

## باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴ / ۶ / ۱۳۹۷	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir

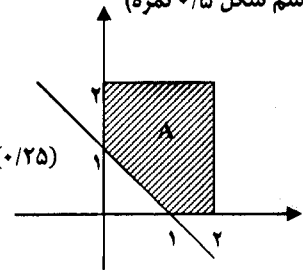
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) تصادفی (۰/۵) تعریف صفحه ۷۱ ب) پیشامد (۰/۵) تعریف صفحه ۷۴ ج) ۷۲ (۰/۵) صفحه ۸۱	۱/۵
۲	$P(1): 1 = (1)^2$ (۰/۲۵) $P(K): 1 + 2 + 5 + \dots + (2k-1) = k^2$ (۰/۲۵) فرض استقرای $P(K+1): 1 + 2 + 5 + \dots + (2k-1) + (2k+1) = (k+1)^2$ (۰/۲۵) حکم استقرای $P(K+1): 1 + 2 + 5 + \dots + (2k-1) + (2k+1) = k^2 + (2k+1)$ (۰/۲۵) $= (k^2 + 2k + 1) = (k+1)^2$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۳	هر مثال نقض (۰/۵) نمره صفحه ۱۹	۱
۴	صفحه ۲۵ $a, b \leq \frac{a^2+b^2}{2}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) به یک رابطه بدیهی رسیدیم و چون همه ی روابط برگشت پذیر است در نتیجه حکم برقرار است. (۰/۲۵)	۱
۵	۳۰ دانش آموز: ۳۰ کبوتر ۴ فصل سال: ۴ لانه (۰/۲۵) صفحه ۳۰ طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) ، $\frac{30}{28} \left  \frac{4}{7} \right.$ حداقل $7+1=8$ دانش آموز در یک فصل از سال متولد شده اند. (۰/۲۵)	۰/۷۵
۶	الف) $B = \{1, 2, 3\}$ (۰/۵) $A = \{2, 4\}$ (۰/۲۵) ب) $(A \times B) \cap (B \times A) = \{(2,1), (2,2), (2,3), (4,1), (4,2), (4,3)\} \cap \{(1,2), (1,4), (2,2), (2,4), (3,2), (3,4)\} =$ $(A \times B) \cap (B \times A) = \{(2,2)\}$ صفحه ۵۹	۱/۵
۷	$(A-B) \cap (B-A) = \underbrace{(A \cap B')}_{(۰/۲۵)} \cap \underbrace{(B \cap A')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(A \cap A')}_{(۰/۲۵)} \cap \underbrace{(B \cap B')}_{(۰/۲۵)} = \varnothing \cap \varnothing = \varnothing$ تمرین صفحه ۵۵	۱
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

## باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴ / ۶ / ۱۳۹۷	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	الف) ۱) $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, (a,b) R (a,b) \Leftrightarrow a+b = a+b$ (۰/۲۵) بازتابی است ۲) $(a,b) R (c,d) \Rightarrow a+b=c+d \Rightarrow c+d=a+b \Rightarrow (c,d) R (a,b)$ (۰/۲۵) تقارنی است ۳) $\left. \begin{array}{l} (a,b) R (c,d) \Rightarrow a+b=c+d \\ (c,d) R (e,f) \Rightarrow c+d=e+f \end{array} \right\} \Rightarrow a+b=e+f \Rightarrow (a,b) R (e,f)$ (۰/۲۵) ترایی است پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵) ب) $[(-1, \cdot)] = \{ (a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid (a,b) R (-1, \cdot) \}$ (۰/۲۵) $a+b = -1$ (۰/۲۵) صفحه ۶۸	۱/۵
۹	الف) $S = \{1, 2, \dots, 9\}$ (۰/۲۵) صفحه ۸۱ ب) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ (۰/۲۵) پ) $B = \{3, 6, 9\}$ (۰/۲۵) ت) $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 5, 6, 7, 9\} - \{3, 9\} = \{1, 5, 6, 7\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)	۲
۱۰	$(A \cap B) - C$ (۰/۵) صفحه ۸۰	۰/۵
۱۱	$n(S) = \binom{10}{2} = 45$ (۰/۲۵) $n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{6}{2} = 60$ (۰/۲۵) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(A) = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$ (۰/۲۵) صفحه ۸۵	۱/۵
۱۲	$S = \{a, b, c\}$ $p(a) = p(b) = 2p(c)$ (۰/۲۵) $p(a) + p(b) + p(c) = 1$ (۰/۲۵) $2p(c) + 2p(c) + p(c) = 1 \Rightarrow p(c) = \frac{1}{5}$ (۰/۵) $p(a) = p(b) = \frac{2}{5}$ (۰/۵) صفحه ۱۰۰	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

## باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴ / ۶ / ۱۳۹۷	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره
۱۳	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} (0/25) = \frac{\binom{15}{4} (0/15)}{2^{15} (0/25)}$		صفحه ۹۰
۱۴	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{5} (0/25)$		صفحه ۹۱ $n(S) = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (0/25), $n(A) = 4 \times 3 \times 2 = 24$ (0/5)
۱۵	<p>صفحه ۱۰۸ (رسم شکل ۰/۵ نمره)</p> <p><math>S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}</math></p> <p><math>a_s = 2 \times 2 = 4</math> مساحت مربع (0/25)</p> <p><math>A = \{(x, y) \in S \mid 1 \leq x+y\} \Rightarrow a_A = \text{مساحت مثلث سفید} - \text{مساحت مربع} \Rightarrow a_A = 4 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{15}{4}</math> (0/25)</p> <p><math display="block">p(A) = \frac{a_A}{a_s} (0/25) = \frac{15/4}{4} = \frac{15}{16}</math> (0/25)</p> 		صفحه ۱۱۳
۱۶	<p>هر مورد (0/25) <math>p(A) = 0/23, p(B) = 0/24, p(A \cup B) = 0/38</math></p> <p><math>p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) (0/15) = 0/23 + 0/24 - 0/38 = 0/09</math> (0/25)</p>		
۲۰	جمع نمره		

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.