

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۳۰: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۰ / ۱۳۸۷	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مجموعه جواب نامعادله $-2 < \frac{-3x+4}{4} + 3 < 1$ را به صورت بازه بنویسید.	۰/۷۵
۲	الف) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 4-2x & x \geq 1 \\ 1+x^2 & x < 1 \end{cases}$ را رسم کنید. ب) مقدار $f(f(-1))$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۳	دامنه‌ی تعریف تابع $f(x) = \frac{x+5}{x^2-2x-3}$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۴	اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \sqrt{1-x}$ باشد مطلوب است: الف) دامنه و ضابطه $(f \times g)(x)$. ب) ضابطه $g \circ f(x)$.	۱/۵
۵	مقدار a را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} x+2 - a & x \geq 2 \\ x^2 + 3 & x < 2 \end{cases}$ در نقطه ۲ دارای حد باشد.	۰/۷۵
۶	هر یک از حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x-2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt{x}}{x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{3 \tan x - \sin 2x}{x}$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + \sqrt{3x+5}}{4x^2 - 5x + 1}$ ه) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3}{(x-3)^2}$ و) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{1 - \cos 2x}$	۴/۷۵
۷	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} 3+2ax^2 & x < -1 \\ x+1 & x = -1 \\ b[x]+1 & x > -1 \end{cases}$ در نقطه $x = -1$ پیوسته باشد	۱/۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

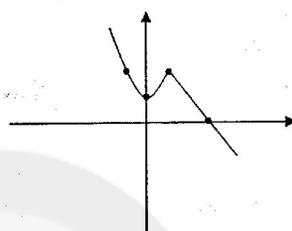
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)		رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۰ / ۱۳۸۷		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		
ردیف	سؤالات	نمره		
۸	اگر $ f(x) \leq 1 - \cos x$ باشد حد تابع $f(x)$ وقتی $x \rightarrow 0$ را به دست آورید.	۰/۷۵		
۹	فاصله بیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ را بنویسید.	۰/۷۵		
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 2-x^2$ را به دست آورید.	۱		
۱۱	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) الف) $y = \tan^2 3x \times \cos(2x-1)$ ب) $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{3x+5}$ ج) $y = (x^2 - x^3 + x^2 - 1)^5$	۲/۲۵		
۱۲	معادله خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x+1}$ را در نقطه‌ای بطول ۳ واقع بر منحنی به دست آورید.	۱		
۱۳	تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ مفروض است. a و b و c را چنان بیابید که نقطه اکسترمم تابع $(-1, 1)$ و طول نقطه‌ی عطف آن صفر باشد.	۱/۵		
۱۴	جهت تغییرات و نمودار تابع $y = x(1-x)^2$ را رسم کنید.	۱/۵		
	«موفق باشید»	جمع نمره		
		۲۰		

سایت کنکور

باسمه تعالی

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱	سال سوم آموزش متوسطه
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف														
۰/۷۵	$-5 \leq \frac{-3x+4}{4} < -2 \quad -20 \leq -3x+4 < -8 \quad (0/25) \quad -24 \leq -3x < -12$ $4 < x \leq 8 \quad (0/25) \quad \text{مجموعه جواب} = (4, 8] \quad (0/25)$	۱														
۱/۲۵	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۴-۲x</td><td>۲</td><td>۰</td></tr> </table> $f(f(-1)) = f(2) = 0 \quad (0/25)$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>-۱</td><td>۰</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱+x^۲</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>  $f(f(-1)) = f(2) = 0 \quad (0/25)$	x	۱	۲	۴-۲x	۲	۰	x	-۱	۰	۱	۱+x ^۲	۲	۱	۲	۲
x	۱	۲														
۴-۲x	۲	۰														
x	-۱	۰	۱													
۱+x ^۲	۲	۱	۲													
۰/۷۵	$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow \begin{matrix} x=3 \\ x=-1 \end{matrix} \quad (0/25) \quad D_f = \mathbb{R} - \{3, -1\} \quad (0/5)$	۳														
۱/۵	<p>الف) $D_f = \mathbb{R} - \{0\} \quad (0/25) \quad D_g = \{x \mid x \leq 1\} \quad (0/25)$</p> $f \circ g(x) = \frac{1}{x} \times \sqrt{1-x} \quad (0/25)$ $D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \{0\} \cap \{x \mid x \leq 1\} = (-\infty, 0) \cup (0, 1] \quad (0/25)$ <p>ب) $\text{gof}(x) = g(f(x)) = \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \quad (0/5)$</p>	۴														
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 - a \quad (0/25) \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 7 \quad (0/25)$ $\Rightarrow 4 - a = 7 \rightarrow a = -3 \quad (0/25)$	۵														
۴/۷۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)(x+1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x(x+1) = 6 \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{x(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - x}{x(x+\sqrt{x})} =$</p> $= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x-1)}{x(x+\sqrt{x})} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (0/25)$	۶														
«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»																

باسمه تعالی

رشته ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱	سال سوم آموزش متوسطه
اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	<p>ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \tan x - \sin \sqrt{2}x}{x} = \frac{\sqrt{2} \tan \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4(\sqrt{2}-1)}{\pi}$ (۰/۲۵)</p> <p>د) $= \frac{\infty}{\infty}$ رفع ابهام $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\Delta x^2}{4x^2} = \frac{\Delta}{4}$ (۰/۲۵)</p> <p>هـ) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2}{(x-2)^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>و) $= \frac{0}{0}$ رفع ابهام $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{x}}{\frac{\sqrt{2} \sin x}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{x}}{\sqrt{2} \frac{\sin x}{x}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (۰/۲۵)</p>	
۱/۵	<p>$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1)$ (۰/۲۵) شرط پیوستگی</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} b[x]+1 = -b+1$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} 2+2ax^2 = 2+2a$ (۰/۲۵) $f(-1) = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$-b+1=0 \rightarrow b=1$ (۰/۲۵) , $2+2a=0 \rightarrow a=-\frac{2}{2}$ (۰/۲۵)</p>	۷
۰/۷۵	<p>$\cos x - 1 \leq f(x) \leq 1 - \cos x$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - 1) = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ (۰/۲۵)</p>	۸
۰/۷۵	<p>$2-x^2 \geq 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow x^2 \leq 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ (۰/۲۵) فاصله پیوستگی $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ (۰/۲۵)</p>	۹
۱	<p>$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2-(x+\Delta x)^2 - (2-x^2)}{\Delta x}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2-x^2-2x\Delta x-\Delta x^2-2+x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(-2x-\Delta x)}{\Delta x}$ (۰/۲۵) $= -2x$ (۰/۲۵)</p>	۱۰
	«ادامه ی سؤالات در صفحه ی سوم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																								
۱۱	<p>الف) $y' = 6 \tan^2 x (1 + \tan^2 x) \cos(x-1) - 2 \tan^2 x \sin(x-1)$ (./۵)</p> <p>ب) $y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} \times (2x+5) - 2(\sqrt{x^2-1})$ (./۷۵)</p> <p>ج) $y' = 5(2x^2 - 3x^2 + 2x)(x^2 - x^2 + x^2 - 1)^2$ (./۵)</p>	۲/۲۵																								
۱۲	<p>$x=2 \rightarrow y=2$ (./۲۵) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ (./۲۵) $\rightarrow m' = \frac{1}{4} \rightarrow m = -4$ (./۲۵)</p> <p>$y-2 = -4(x-2) \rightarrow y = -4x+14$ (./۲۵)</p>	۱																								
۱۳	<p>$(1, -1) \in f(x) \Rightarrow -1 = 1+a+b+c$ (./۲۵)</p> <p>$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ (./۲۵) $\Rightarrow f'(1) = 2+2a+b=0$ (./۲۵)</p> <p>$f''(x) = 6x+2a \Rightarrow f''(0) = 2a=0 \rightarrow a=0$ (./۲۵)</p> <p>$\begin{cases} b+c=-2 \\ 2+b=0 \end{cases} \Rightarrow b=-2, c=1$ (./۲۵)</p>	۱/۵																								
۱۴	<p>$y' = (1-x)^2 - 2x(1-x)$</p> <p>$y' = 1+x^2 - 2x - 2x + 2x^2$ (./۲۵)</p> <p>$y' = 3x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow y=0 \\ x=\frac{1}{3} \rightarrow y=\frac{4}{27} \end{cases}$ (./۲۵)</p> <p>$y'' = 6x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3} \rightarrow y = \frac{2}{27}$ (./۲۵)</p> <p>سایت کنکور</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>$\frac{2}{3}$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$\frac{4}{27}$</td> <td>$\frac{2}{27}$</td> <td>0</td> <td>$\frac{2}{27}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	2	$+\infty$	y'	+	+	0	-	0	+	+	y	$-\infty$	0	$\frac{4}{27}$	$\frac{2}{27}$	0	$\frac{2}{27}$	$+\infty$	۱/۵
x	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	2	$+\infty$																			
y'	+	+	0	-	0	+	+																			
y	$-\infty$	0	$\frac{4}{27}$	$\frac{2}{27}$	0	$\frac{2}{27}$	$+\infty$																			
۲۰	جمع نمره																									

باسلام و خسته نباشید

مصححین محترم، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.