

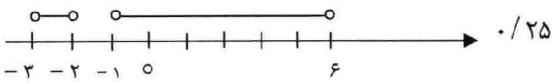
|  |  |                                    |
|--|--|------------------------------------|
| ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح   | رشته‌ی: علوم تجربی                                       | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه              |
| تاریخ امتحان: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۸۹   | سال سوم آموزش متوسطه (چاپ جدید)                          | سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> | دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹ |                                    |

| ردیف | سوالات   | نمره |
|------|--|------|
| ۱    | <p>خانواده‌ای دارای چهار فرزند است .</p> <p>الف) فضای نمونه‌ای فرزندان این خانواده را مشخص کنید.</p> <p>ب) پیشامد آن که حداقل دو فرزند این خانواده پسر باشد را نوشت و احتمال آن را محاسبه کنید.</p>  | ۱/۵  |
| ۲    | <p>احتمال آن که دانش آموزی در درس ریاضی قبول نشود <math>\frac{1}{4}</math> و احتمال این که در درس فیزیک قبول شود <math>\frac{1}{7}</math> و احتمال آن که در هر دو درس قبول شود <math>\frac{5}{14}</math> است . احتمال آن که حداقل در یکی از دروس ریاضی و فیزیک قبول شود چقدر است ؟</p> | ۱/۲۵ |
| ۳    | <p>در جعبه‌ی A ، ۴ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی و در جعبه‌ی B ، ۳ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی آبی وجود دارد . یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و ۱ مهره به تصادف از آن جعبه خارج می‌کنیم . چقدر احتمال دارد این مهره آبی باشد .</p>   | ۱/۲۵ |
| ۴    | <p>اگر <math>B = \{x \in \mathbb{R} \mid x &gt; 0\}</math> و <math>A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 &lt; x &lt; 3\}</math> باشند، بازه‌هایی را که با مجموعه‌های <math>A \cap B</math> و <math>A \cup B</math> تعریف شده‌اند مشخص کنید .</p>  | ۱    |
| ۵    | <p>نامعادله‌ی <math>\frac{2x^3 - 16}{x^2 + 3x + 2} &lt; 1</math> را حل کرده و جواب را روی محور نشان دهید .</p>   | ۱/۷۵ |
| ۶    | <p>تابع <math>f(x) = \begin{cases} 2x+1 &amp; x \geq 1 \\ x^2 &amp; x &lt; 1 \end{cases}</math> را در نظر بگیرید .</p> <p>الف) نمودار تابع f رارسم کنید .</p> <p>ب) حاصل <math>(f(f(-1)))</math> را به دست آورید .</p>   | ۱/۲۵ |
| ۷    | <p>دو تابع <math>f(x) = x - 2</math> و <math>g(x) = \sqrt{x+1}</math> داده شده‌اند .</p> <p>الف) ضابطه‌ی تابع مرکب <math>gof</math> را مشخص کنید .</p> <p>ب) دامنه‌ی تابع مرکب <math>gof</math> را تعیین کنید .</p>  | ۱/۵  |
| ۸    | <p>اگر <math>f(x) = 3x+5</math> و <math>g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}</math> ، دامنه و ضابطه‌ی تابع <math>\frac{f}{g}</math> را تعیین کنید .</p> <p>ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم</p>  | ۱/۵  |

|   |                               |                      |  |
|---|-------------------------------|----------------------|--|
| سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)                      | رشته‌ی: علوم تجربی            | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه  |
| سال سوم آموزش متوسطه (چاپ جدید)                         | تاریخ امتحان: ۱۴۰ / ۱۰ / ۱۳۸۹ |                      |  |
| دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۸۹ |                               |                      | مرکز سنجش آموزش و پژوهش<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |

| ردیف | سوالات   | نمره |
|------|--|------|
| ۹    | حد توابع زیر را به دست آورید .   | ۳/۷۵ |
|      | $(الف) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x}{x^3 - 3x + 2}$ $(ب) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 4}{ 3 - x }$ $(ج) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{x - \frac{\pi}{4}}{\sin(4x - \pi)}$ $(د) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 - \sqrt{x-3}}{5x^2 - \sqrt{x^4+1}}$ |      |
| ۱۰   | مقادیر a, b را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2b}{x^2-2} & x > 2 \\ 2a+x+1 & x = 2 \\ 2b+5 & x < 2 \end{cases}$ در $x_0 = 2$ پیوسته باشد .  | ۱/۲۵ |
| ۱۱   | مشتق توابع زیر را به دست آورید . (ساده کردن الزامی نیست )  | ۳    |
|      | $(الف) f(x) = \tan(x^3 - 3x) + \sin 5x$ $(ب) g(x) = \sqrt{5x+3}$ $(ج) h(x) = (1+x^3)(7x-4)^3$ $(د) p(x) = \frac{x}{x(x-1)}$  |      |
| ۱۲   | در تابع با ضابطه $y = f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع را وقتی $x$ از ۴ به ۲۵ تغییر می کند . به دست آورید .  | ۱    |
|      | جمع نمره   | ۲۰   |
|      | «موفق باشید»   |      |

|   |   |
|---|---|
| رشته‌ی : علوم تجربی                           | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) (چاپ جدید)    |
| تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲                 | سال سوم آموزش متوسطه                                    |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir | دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۸۹ |

| ردیف            | راهنمای تصحیح  | نمره |    |    |    |    |   |    |                 |   |   |   |   |   |   |   |                |   |   |   |   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |      |
|-----------------|--|------|----|----|----|----|---|----|-----------------|---|---|---|---|---|---|---|----------------|---|---|---|---|---|---|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|------|
| ۱               | <p>b و پسر :</p> <p><math>S = \{(b, b, b, b), (b, b, b, g), (b, b, g, b), (b, b, g, g), (b, g, b, b), (b, g, b, g), (b, g, g, b), (b, g, g, g), (g, b, b, b), (g, b, b, g), (g, b, g, b), (g, b, g, g), (g, g, b, b), (g, g, b, g), (g, g, g, b), (g, g, g, g)\}</math> . / ۵</p> <p>پیشامد حداقل دو پسر : <math>A = \{(b, b, b, b), (b, b, b, g), (b, b, g, b), (b, b, g, g), (b, g, b, b), (b, g, b, g), (b, g, g, b), (b, g, g, g)\}</math> . / ۵</p> $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{16}$ $\therefore \frac{11}{25} \quad \therefore \frac{11}{25}$  | ۱/۵  |    |    |    |    |   |    |                 |   |   |   |   |   |   |   |                |   |   |   |   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |      |
| ۲               | $p(A) = 1 - p(A') = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ . / ۵ $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{5}{9} + \frac{7}{9} - \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ . / ۵   | ۱/۲۵ |    |    |    |    |   |    |                 |   |   |   |   |   |   |   |                |   |   |   |   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |      |
| ۳               | $p(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{58}{140}$ . / ۵  | ۱/۲۵ |    |    |    |    |   |    |                 |   |   |   |   |   |   |   |                |   |   |   |   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |      |
| ۴               | $A \cup B = (-1, +\infty)$ . / ۵ $A \cap B = (0, +\infty)$ . / ۵   | ۱    |    |    |    |    |   |    |                 |   |   |   |   |   |   |   |                |   |   |   |   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |      |
| ۵               | $\frac{2x^2 - 16}{x^2 + 3x + 2} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 + 3x + 2} < 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow x = -3, x = 6 \\ x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2, x = -1 \end{cases}$ . / ۲۵<br><table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">X</td> <td style="text-align: center;">-∞</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x^2 - 3x - 18</math></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x^2 + 3x + 2</math></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">کسر</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">نمره شده</p>  <p>. / ۲۵</p> <p>. / ۲۵</p> <p>. / ۲۵</p> <p>. / ۲۵</p> | X    | -∞ | -3 | -2 | -1 | 6 | +∞ | $x^2 - 3x - 18$ | + | 0 | - | - | - | 0 | + | $x^2 + 3x + 2$ | + | + | 0 | - | 0 | + | + | کسر | + | 0 | - | + | - | 0 | + | ۱/۷۵ |
| X               | -∞   | -3   | -2 | -1 | 6  | +∞ |   |    |                 |   |   |   |   |   |   |   |                |   |   |   |   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |      |
| $x^2 - 3x - 18$ | +  | 0    | -  | -  | -  | 0  | + |    |                 |   |   |   |   |   |   |   |                |   |   |   |   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |      |
| $x^2 + 3x + 2$  | +  | +    | 0  | -  | 0  | +  | + |    |                 |   |   |   |   |   |   |   |                |   |   |   |   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |      |
| کسر             | +  | 0    | -  | +  | -  | 0  | + |    |                 |   |   |   |   |   |   |   |                |   |   |   |   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |      |
|                 | « ادامه در صفحه ی دوم »  |      |    |    |    |    |   |    |                 |   |   |   |   |   |   |   |                |   |   |   |   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |      |

|   |   |
|---|---|
| رشته‌ی : علوم تجربی                           | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) (چاپ جدید)    |
| تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲                 | سال سوم آموزش متوسطه                                    |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir | دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۸۹ |

| ردیف | راهنمای تصحیح   | نمره |
|------|---|------|
| ۶    | <p>الف) رسم سهمی <math>\cdot / ۵</math><br/>رسم خط <math>\cdot / ۲۵</math></p> <p>(ب) <math>f(-1) = 1 \quad \cdot / ۲۵ \Rightarrow f(f(-1)) = f(1) = ۳ \quad \cdot / ۲۵</math></p>  | ۱/۲۵ |
| ۷    | <p>الف) <math>(gof)(x) = g(f(x)) = g(x - ۲) = \sqrt{x - ۲ + ۱} = \sqrt{x - ۱} \quad \cdot / ۲۵ \quad \cdot / ۲۵</math></p> <p>ب) <math>D_f = \mathbb{R} \quad \cdot / ۲۵, D_g = [-۱, +\infty) \cdot / ۲۵</math><br/> <math>D_{gof} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x - ۲ \geq -۱\} = [۱, +\infty) \quad \cdot / ۲۵</math></p>   | ۱/۵  |
| ۸    | <p><math>\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{۳x + ۵}{\frac{x}{x^2 - ۴}} = \frac{(x^2 - ۴)(3x + ۵)}{x} \quad \cdot / ۵</math></p> <p><math>D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R} - \{\pm ۲\} \cdot / ۲۵</math><br/> <math>D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = ۰\} = \mathbb{R} - \{\pm ۲\} - \{0\} = \mathbb{R} - \{0, \pm ۲\} \quad \cdot / ۲۵ \quad \cdot / ۲۵</math></p>   | ۱/۵  |
| ۹    | <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{x^2 - ۲x}{x^2 - ۳x + ۲} = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{x}{x-1} = ۲ \quad \cdot / ۲۵ \quad \cdot / ۲۵</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow ۳^-} \frac{x^2 - ۷}{ 3-x } = \frac{۹-۷}{ 3-3^- } = \frac{۲}{0^+} = +\infty \quad \cdot / ۲۵</math></p> <p>(ج) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{x - \frac{\pi}{4}}{\sin(4x - \pi)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{4x - \pi}{4\sin(4x - \pi)} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{4x - \pi}{\sin(4x - \pi)} = \frac{1}{4} \times ۱ = \frac{1}{4} \quad \cdot / ۲۵ \quad \cdot / ۲۵</math></p> <p>(د) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 - \sqrt{x-3}}{5x^2 - \sqrt{x^4 + 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2}{5x^2 - \sqrt{1 + \frac{1}{x^4}}} = \frac{6x^2}{4x^2} = \frac{3}{2} \quad \cdot / ۲۵ \quad \cdot / ۲۵</math></p> <p>«ادامه در صفحه ی سوم»</p> | ۳/۷۵ |

|   |   |
|---|---|
| رشته‌ی : علوم تجربی                           | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) (چاپ جدید)    |
| تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲                 | سال سوم آموزش متوسطه                                    |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir | دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۸۹ |

| ردیف | راهنمای تصحیح   | نمره |
|------|---|------|
| ۱۰   | $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \quad \dots / ۲۵$<br>$b + ۱ = ۲b + ۵ = ۲a + ۳ \Rightarrow a = -۳, b = -۴ \quad \dots / ۲۵ \quad \dots / ۲۵ \quad \dots / ۲۵ \quad \dots / ۲۵$   | ۱/۲۵ |
| ۱۱   | $f'(x) = (2x - ۳)(1 + \tan^2(x^2 - ۳x)) + \frac{۵}{\cos ۵x} \quad \dots / ۲۵ \quad \dots / ۲۵ \quad \dots / ۲۵ \quad \dots / ۲۵$<br>$g'(x) = \frac{۵}{2\sqrt{5x+3}} \quad \dots / ۲۵$<br>$h'(x) = ۳x^2(7x-4)^3 + ۳ \times ۷(7x-4)^2(1+x^3) \quad \dots / ۲۵ \quad \dots / ۲۵ \quad \dots / ۲۵$<br>$p'(x) = \frac{\frac{1}{2}(x^2-x)-(2x-1)(\frac{x}{2}+3)}{(x^2-x)^2} \quad \dots / ۲۵$ | ۳    |
| ۱۲   | $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{۵-۲}{۲۵-۴} = \frac{۳}{۲۱} \quad \dots / ۵ \quad \dots / ۲۵$  | ۱    |
|      | جمع نمره  | ۲۰   |

باسلام و خسته نباشید،

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمائید.