

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳			سال سوم آموزش متوسطه
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰			دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>برای تشکیل تیمی ۵ دانش آموز سال سوم و ۴ دانش آموز سال اول داوطلب شده اند ، به تصادف سه دانش آموز انتخاب می کنیم . احتمال آن را پیدا کنید که :</p> <p>(الف) حداقل ۱ نفر سال اولی باشد.</p> <p>(ب) هیچکدام از سه نفر دانش آموز انتخاب شده ، سال سومی نباشند.</p> <p>(محاسبه جواب های پایانی الزامی نیست)</p>	۱/۲۵
۲	<p>سکه سالمی را سه بار پرتاب می کنیم اگر A پیشامد برآمدهایی باشد که در آن دومین پرتاب رو است و B پیشامد برآمدهایی باشد که در آن فقط دو رو به صورت متوالی ظاهر شده است . آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟ (فضای نمونه و هریک از پیشامدها را مشخص کنید)</p>	۱/۵
۳	<p>در یک کلاس ۲۵ نفری چقدر احتمال دارد که روز تولد هیچ دو نفری یکسان نباشد.</p>	۰/۵
۴	<p>احتمال آن که دانش آموزی در درس ریاضی قبول شود ۷/۰ و احتمال این که در درس شیمی قبول شود ۸۵/۰ و احتمال آن که در هر دو درس قبول شود ۶/۰ است . احتمال آن که حداقل در یکی از دروس ریاضی و شیمی قبول شود چقدر است ؟</p>	۰/۷۵
۵	<p>نا معادله $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \geq -1$ را حل کرده و جواب را به صورت بازه نشان دهید.</p>	۱/۷۵
۶	<p>مقادیر a و b را چنان بیابید که مجموعه $\{(-1, b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}$ یک تابع باشد.</p>	۰/۷۵
۷	<p>دامنه تابع $f(x) = \tan(x + \frac{\pi}{3})$ را به دست آورید.</p>	۰/۷۵
۸	<p>دو تابع $1 - x^2$ و $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ داده شده اند .</p> <p>(الف) ضابطه تابع gof و دامنه gof را با استفاده از تعریف تعیین کنید.</p> <p>(ب) مقدار $(1 - 3g)f$ را محاسبه کنید.</p>	۲/۲۵
۹	<p>نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x & x \geq 1 \\ 4 - x^2 & x < 1 \end{cases}$ را رسم کنید و به کمک آن وجود حد تابع را در $x = 1$ بررسی کنید.</p>	۱/۷۵
	« ادامه در صفحه دوم »	

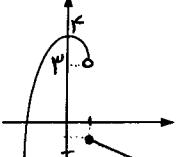
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳			سال سوم آموزش متوسطه
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خداداد ماه سال ۱۳۹۰			مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	مقدار k را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos(kx)}{x \sin x} = 8$ باشد.	۱
۱۱	هر یک از حدهای زیر را به دست آورید .	۲/۲۵
۱۲	حدود a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} 2a + x^2 & x \geq 2 \\ x^3 - x & x < 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته نباشد.	۱
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید . (ساده کردن الزامی نیست).	۲
۱۴	مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$ را به دست آورید و دامنهٔ مشتق پذیری آن را مشخص کنید.	۱/۵
۱۵	معادلهٔ حرکت یک متحرک روی خط مستقیم به صورت $x(t) = 3t^2 - 4t + 2$ است. سرعت متوسط این متحرک را در فاصلهٔ زمانی $t = 1$ و $t = 3$ محاسبه کنید.	۱
	جمع نمره	۲۰
	موفق باشید »	

رشته‌ی : علوم تجربی		راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۲)
تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره										
۱	$\text{ا) } p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} \quad (۰/۲۵)$ $\text{ب) } p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵										
۲	$S = \{(r, r, r), (p, r, r), (r, p, r), (r, p, p), (p, r, p), (p, p, r), (p, p, p)\} \quad (۰/۲۵)$ $A = \{(r, r, r), (p, r, r), (p, p, r), (p, p, p)\} \quad (۰/۲۵)$ $B = \{(r, r, r), (r, r, p), (r, p, r)\} \quad (۰/۲۵)$ $A \cap B = \{(r, r, r)\} \quad (۰/۲۵)$ $p(A) \times P(B) = \frac{1}{8} \quad (۰/۲۵), \quad P(A \cap B) = \frac{1}{8} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow A \text{ و } B \text{ مستقل نیستند} \quad (۰/۲۵)$	۱/۵										
۳	$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{365 \times 364 \times \dots \times 341}{(365)^{25}} \quad (۰/۲۵)$	۰/۵										
۴	$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{7} + \frac{1}{80} - \frac{1}{6} = \frac{1}{95} \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵										
۵	$\frac{x^r - x^r + 1}{x^r + x} \geq -1 \Rightarrow \frac{1}{x^r + x} + 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{x^r + x + 1}{x^r + x} \geq 0$ $\frac{x^r + x + 1}{x^r + x} > 0 \Rightarrow x^r + x > 0 \quad (۰/۲۵)$ $\text{جواب} = (-\infty, -1) \cup (0, +\infty) \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-∞</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>+∞</td> </tr> <tr> <td>$x^r + x$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	-∞	-1	0	+∞	$x^r + x$					۱/۷۵
x	-∞	-1	0	+∞								
$x^r + x$												
۶	$a = 1 \quad (۰/۲۵)$ $b + ۳ = ۳ \Rightarrow b = 0 \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵										
	« ادامه در صفحه‌ی دوم »											

رشته‌ی : علوم تجربی		راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$D_f = R - \left\{ x \mid x \in R, x + \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in Z \right\} = R - \left\{ x \mid x \in R, x = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in Z \right\}$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۸	$(gof)(x) = g(f(x)) = g(3x^3 - 1) = \frac{3x^3 - 1}{(3x^3 - 1)^3 - 4}$ (۰/۲۵) $D_f = R$ (۰/۲۵) و $D_g = R - \{\pm 2\}$ (۰/۲۵) $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid 3x^3 - 1 \neq \pm 2\} = R - \{\pm 1\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\therefore (f - 3g)(1) = f(1) - 3g(1) = \frac{2}{(0/25)} - 3(-\frac{1}{3}) = 3$ (۰/۲۵)	۰/۲۵
۹	 رسم سه‌می (۰/۷۵) (۰/۲۵) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{-1}{2} & (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3 & (0/25) \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow \text{تابع در } x=1 \text{ حد ندارد}$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۰	$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos kx}{x \sin x} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1 - \cos kx}{kx}}{\frac{x \sin x}{kx}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1 - \cos kx}{kx}}{\frac{x}{k}} \times \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin kx}{\frac{kx}{k}} = \frac{1}{k} \times \frac{1}{k} = \frac{1}{k^2} \\ &\Rightarrow \frac{k^2}{k^2} = 1 \Rightarrow k = \pm 1 \quad (0/25) \end{aligned}$	۱
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

رشته‌ی : علوم تجربی		راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://ace.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	$(+) \lim_{x \rightarrow \xi} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x+12} - x} = \lim_{x \rightarrow \xi} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x+12} - x} \times \frac{\sqrt{x+12} + x}{\sqrt{x+12} + x} = \lim_{x \rightarrow \xi} \frac{(x+\xi)(x-\xi)(\sqrt{x+12} + x)}{(x+12 - x^2)} =$ $(-) \lim_{x \rightarrow \xi} \frac{(x+\xi)(x-\xi)(\sqrt{x+12} + x)}{-(x+3)(x-\xi)} = \lim_{x \rightarrow \xi} \frac{(x+\xi)(\sqrt{x+12} + x)}{-(x+3)} = -\frac{64}{7}$	
۱۱		
۲/۲۵	<p>(+) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ $(+/25)$</p> <p>(+) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-1)(x-2)(\xi-x)}{2x^3 + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3}{2x^3} = -\frac{1}{2}$ $(+/25)$</p>	
۱۲	$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2a + x^2) = 2a + \xi$ $(+/25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 - x) = 6$ $(-/25)$	$\left. \begin{array}{l} 2a + \xi \neq 6 \Rightarrow a \neq 1 \\ (-/25) \end{array} \right\} \Rightarrow 2a + \xi \neq 6 \Rightarrow a \neq 1$ $(-/25)$
۱۳	$g'(x) = (5x^4 - 3)(x+1)^4 + \xi(x+1)^3(x^5 - 3x)$ $(-/5)$ $h'(x) = 3(\frac{1}{x}) \cos(\frac{x}{3}) \sin^2(\frac{x}{3}) + (1 + \cot^2 x)$ $(-/25)$ $(-/25)$	
۱۴	<p>دامنه مشتق پذیری :</p> $f'(x) = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(1+\sqrt{x})^2}$ $(-/5)$ $\left. \begin{array}{l} (1+\sqrt{x})^2(2\sqrt{x}) \neq 0 \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x > 0$ $(-/25)$	۱/۵
۱۵	$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{(.25)}{17-1}}{\frac{(.25)}{2}} = \lambda$ $(-/25)$	
۲۰	جمع نمره	

با سلام و خسته نباشید، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.