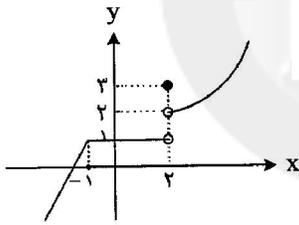


باسمه تعالی

| | | | |
|---|--------------------|---|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) | رشته‌ی: علوم تجربی | ساعت شروع: ۹ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| سال سوم آموزش متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷ | |
| دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸ | | اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir | |

| ردیف | سؤالات | نمره |
|----------------------------------|---|------|
| ۱ | اگر $A = (-۳, ۲]$ و $B = (۰, +\infty)$ و $C = \{x x \in \mathbb{R}, -۴ < ۲x - ۶ \leq ۰\}$ باشند، حاصل $(A \cap B) \cup C$ را به صورت بازه بنویسید. | ۰/۷۵ |
| ۲ | نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x-۱ & x < ۰ \\ ۲-x^۲ & x \geq ۰ \end{cases}$ را رسم کنید و سپس مقدار عددی $f(1-\sqrt{۳})$ را به دست آورید. | ۰/۷۵ |
| ۳ | دامنه توابع زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = \log_x^{(1-x^۲)}$ ب) $g(x) = \sqrt[۳]{\frac{۵}{x^۲+x-۱۲}}$ | ۱/۵ |
| ۴ | اگر $f(x) = x+a$ و $g(x) = ax^۲+bx+c$ باشند، a, b, c را طوری تعیین کنید که داشته باشیم: $(f \circ g)(x) = x^۲ - ۳x + ۴$ | ۱ |
| ۵ | نمودار تابع f به شکل زیر داده شده است، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.  $\lim_{x \rightarrow ۲^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-۱)} f(x) - ۳f(۲)$ | ۱ |
| ۶ | آیا تابع $f(x) = (x-۲)[x] + ۲x - ۴$ در نقطه‌ی $x=۱$ حد دارد؟ چرا؟ | ۱ |
| ۷ | حد توابع زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow ۰} \frac{۱ - \cos ۲x}{۳x^۲}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -۳} \frac{x + \sqrt{۶-x}}{x+۳}$ ج) $\lim_{x \rightarrow ۲^-} \frac{x^۲+۵}{۲-x}$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-۳x+۷}{۶x + \sqrt{۴x^۲-۱}}$ هـ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{۳}} \frac{\sin(x + \frac{\pi}{۶}) - ۲\cos(۳x)}{\tan^۲ x}$ | ۴/۲۵ |
| « ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم » | | |

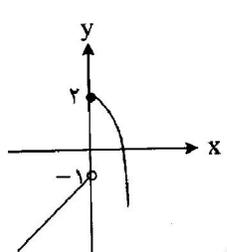
باسمه تعالی

| | | | |
|--|--------------------|---|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) | رشته‌ی: علوم تجربی | ساعت شروع: ۹ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| سال سوم آموزش متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷ | |
| دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی نایبستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸ | | اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir | |

| ردیف | سؤالات | نمره |
|------|---|----------|
| ۸ | طول نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{x}{(x^2-3)(x^2+x+1)}$ را تعیین کنید. | ۱ |
| ۹ | مقادیر عددی a, b را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} 3-2ax^2 & x < -1 \\ 2x & x = -1 \\ a x^2-1 + 2b & x > -1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = -1$ پیوسته باشد. | ۱/۵ |
| ۱۰ | مشق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{(2x+3)^2}{5x-1}$ ب) $g(x) = (x^2-x+5) \times \sqrt{4+2x}$ ج) $h(x) = \tan(4x+1) + \cos(3x^2)$ | ۲/۵ |
| ۱۱ | اگر $f(t) = 30 + 10t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری باشد (t زمان بر حسب ساعت) ، آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۵ ساعت اول پس از زمان $t_0 = 2$ به دست آورید. | ۱ |
| ۱۲ | معادله خط مماس بر منحنی $y = \frac{x+3}{1-x}$ را در نقطه‌ی تقاطعش با محور طول‌ها بنویسید . | ۱ |
| ۱۳ | تابع $y = x^2 + ax^2 + b$ مفروض است ، مقادیر a, b را طوری تعیین کنید که $I(-2, 1)$ نقطه‌ی عطف منحنی باشد . | ۱/۲۵ |
| ۱۴ | جدول تغییرات و نمودار تابع $y = -x^3 + 3x^2$ را رسم کنید . | ۱/۵ |
| | « موفق باشید » | جمع نمره |
| | | ۲۰ |

باسمه تعالی

| | |
|---|--|
| رشته‌ی : علوم تجربی | راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۶ / ۷ | سال سوم آموزش متوسطه |
| اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://ace.medu.ir | دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی نایبستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸ |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|-------------------------|--|------|
| ۱ | $-4 < 2x - 6 \leq 0 \Rightarrow 2 < 2x \leq 6 \Rightarrow 1 < x \leq 3 \quad (0/25)$ $A \cap B = (0, 2] \quad (0/25)$ $(A \cap B) \cup C = (0, 3] \quad (0/25)$ | ۰/۷۵ |
| ۲ | $f(1 - \sqrt{3}) = (1 - \sqrt{3}) - 1 = -\sqrt{3} \quad (0/25)$ <p>رسم سهمی (۰/۲۵) رسم خط (۰/۲۵)</p>  | ۰/۷۵ |
| ۳ | $1 - x^2 > 0 \Rightarrow -1 < x < 1 \quad (0/25)$ <p>الف) $x > 0$ $x \neq 1 \quad (0/25)$</p> $\Rightarrow D = 0 < x < 1 \quad (0/25)$ <p>ب) $x^2 + x - 12 \neq 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 4) \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{3, -4\}$ (۰/۵)</p> | ۱/۵ |
| ۴ | $\text{fog}(x) = f(g(x)) = f(ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + c + a \quad (0/25)$ $ax^2 + bx + (a + c) = x^2 - 2x + 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 & (0/25) \\ b = -2 & (0/25) \\ a + c = 4 \Rightarrow c = 3 & (0/25) \end{cases}$ | ۱ |
| ۵ | $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) - 3f(2) = 2 + 1 - 3(2) = -6$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> | ۱ |
| ۶ | $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} ((x - 2)[x] + 2x - 4) = (1 - 2)[1^+] + 2 - 4 = -1 \times 1 - 2 = -3 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = (1 - 2)[1^-] + 2 - 4 = -1 \times 0 - 2 = -2 \quad (0/25)$ <p>$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad (0/25) \Rightarrow$ تابع در $x = 1$ حد ندارد. (۰/۲۵)</p> | ۱ |
| « ادامه در صفحه ی دوم » | | |

باسمه تعالی

| | |
|---|---|
| رشته‌ی: علوم تجربی | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷ | سال سوم آموزش متوسطه |
| اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir | دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی ناپستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸ |

| | | |
|------|---------------|------|
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|

| | | |
|-------------------------|---|---|
| ۴/۲۵ | <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{3x^2} = \frac{2}{3}$ (۰/۵)</p> <p>رفع ابهام $\frac{0}{0} \rightarrow$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{6-x}}{x+2} \times \frac{x - \sqrt{6-x}}{x - \sqrt{6-x}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 6 + x}{(x+2)(x - \sqrt{6-x})} =$</p> <p>رفع ابهام $\frac{0}{0} \rightarrow$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x - \sqrt{6-x})} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{x - \sqrt{6-x}} = \frac{-5}{-6} = \frac{5}{6}$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 5}{2-x} = \frac{9^+}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x}{6x + \sqrt{4x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x}{6x + 2x } = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x}{6x - 2x} = -\frac{3}{4}$ (۰/۲۵)</p> <p>هـ) $\text{جواب حد} = \frac{\sin(\frac{\pi}{3}) - 2 \cos(\pi)}{\tan^2(\frac{\pi}{3})} = \frac{1+2}{3} = 1$ (۰/۵)</p> | ۷ |
| ۱ | <p>طول نقاط ناپیوستگی $(x^2 - 3)(x^2 + x + 1) = 0 \rightarrow x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ (۰/۵)</p> <p>$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$ (۰/۲۵)</p> | ۸ |
| ۱/۵ | <p>شرط پیوستگی $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1)$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = a (-1)^2 - 1 + 2b = 2b$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 3 - 2a(-1)^2 = 3 - 2a$ (۰/۲۵)</p> <p>$f(-1) = 2(-1) = -2$ (۰/۲۵)</p> <p>$2b = -2 \Rightarrow b = -1$ (۰/۲۵) $3 - 2a = -2 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵)</p> | ۹ |
| « ادامه در صفحه ی سوم » | | |

باسمه تعالی

| | |
|---|---|
| رشته‌ی : علوم تجربی | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۶ / ۷ | سال سوم آموزش متوسطه |
| اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir | دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸ |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|---|-----------|----|---|---|-----------|---|-----------|----|---|--|---|---|---|---|--|---|-----------|---|---|---|---|---|---|---|-----------|-----|
| ۱۰ | $f'(x) = \frac{2(2)(2x+3)(5x-1) - 5(2x+3)^2}{(5x-1)^2}$ <p>(الف)</p> $g'(x) = (2x-1)\sqrt{4+2x} + \frac{2}{2\sqrt{4+2x}} \times (x^2 - x + 5)$ <p>(ب)</p> $h'(x) = 2(1 + \tan^2(3x+1)) - 6x \sin(3x^2)$ <p>(ج)</p> | ۲/۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۱ | $\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0} = \frac{3 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot (7)^2 - (3 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot (2)^2)}{7 - 2} = \frac{45 \cdot 0}{5} = 9 \cdot 0$ | ۱/۲۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | $y=0 \Rightarrow x+3=0 \Rightarrow x=-3 \quad (-3, 0) \quad (0/25)$ $y' = \frac{3}{(1-x)^2} \xrightarrow{x=-3} m = \frac{1}{4} \quad (0/25)$ $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = \frac{1}{4}(x + 3) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \quad (0/25)$ | ۱/۲۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | $y' = 2x^2 + 2ax \quad (0/25)$ $y'' = 4x + 2a \xrightarrow{x=-2} -12 + 2a = 0 \quad (0/25) \Rightarrow a = 6 \quad (0/25)$ $I \in \text{منحنی} \Rightarrow 1 = -8 + 2a + b \quad (0/25) \Rightarrow b = -15 \quad (0/25)$ | ۱/۲۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۴ | $y' = -2x^2 + 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0, & y=0 \quad (0/25) \\ x=3, & y=9 \quad (0/25) \end{cases}$ $y'' = -4x + 6 = 0 \Rightarrow x=1.5 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td></td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td>↘</td> <td>4</td> <td>↘</td> <td>0</td> <td>↗</td> <td>9</td> <td>↘</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(0/25)</p> | x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | $+\infty$ | y' | - | | 0 | + | 0 | - | | y | $+\infty$ | ↘ | 4 | ↘ | 0 | ↗ | 9 | ↘ | $-\infty$ | ۱/۵ |
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | - | | 0 | + | 0 | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | $+\infty$ | ↘ | 4 | ↘ | 0 | ↗ | 9 | ↘ | $-\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۰ | جمع نمره | باسلام ، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بام را به تناسب تقسیم نمایید. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |