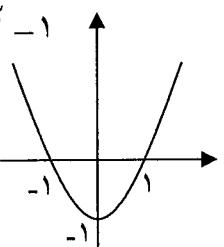


مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۶ / ۵	سال سوم آموزش متوسطه		
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		

ردیف	سوالات	نمره
۱	یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. الف) پیشامد آن را بنویسید که عدد روی تاس بزرگتر از ۵ باشد. ب) احتمال آن را بباید که سکه پشت یا تاس ۴ بیاید.	
۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B را دو پیشامد می‌نامیم. ب) اگر $A \cup A' = S$ و $A' \subseteq A$ باشد آن‌گاه و احتمال A' متمم A را بباید.	۰/۷۵
۳	در جعبه‌ی A ، ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و در جعبه‌ی B ، ۴ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی سیاه وجود دارد. یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و یک مهره به تصادف از آن خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد این مهره سیاه باشد.	۱/۲۵
۴	در جعبه‌ای ۶ لامپ سالم و ۴ لامپ معیوب موجود است. سه لامپ به تصادف و هم‌زمان خارج می‌کنیم، احتمال آن که لامپ‌ها از یک نوع باشند را بباید.	۱
۵	معادله‌ی $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1}$ را حل کنید.	
۶	تابع $f(x) = x^3 + 1$ و $g(x) = -2$ داده شده‌اند. الف) نمودار تابع $f + g$ را درسم کنید. ب) مقدار $(f \circ g)(-3)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۷	دامنه‌ی توابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نشان دهید. الف) $f(x) = \log(x^3 - 2x - 3)$ ب) $g(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}$	۱/۷۵
۸	دو تابع $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \frac{x+2}{x-3}$ داده شده‌اند. الف) ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید. ب) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف تعیین کنید.	۱/۵
	« ادامه در صفحه‌ی دوم »	

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۵ / ۶	سال سوم آموزش متوسطه		
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		

ردیف	سؤالات	نمره
۹	سهمی به معادله $f(x) = ax^3 + bx + c$ مفروض است. اگر نمودار آن، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض (۱-) و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول (۱) قطع کند و داشته باشیم $f(2) = ۳$ ، مقادیر a و b و c را بیابید.	۱/۲۵
۱۰	در صورتی که $\lim_{x \rightarrow ۱} f(x) = \frac{۲x + ۳}{x}$ باشد، $f(x - ۲)$ را به دست آورید.	۱
۱۱	هر یک از حدهای زیر را حساب کنید.	۲/۷۵
	(الف) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{۱ - \cos ۳x}{۳x^۳}$	
	(ب) $\lim_{x \rightarrow ۵} \frac{۵ - x}{\sqrt{۲x - ۱} - ۳}$	
	(ج) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{۲}{1 + \cos x}$	
	(د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۳x + \sqrt{x^۳ + x + ۱}}{۷ + ۵x}$	
۱۲	تابع $f(x) = \begin{cases} ax^۳ + ۲b & x > ۰ \\ ۱ & x = ۰ \\ x + a & x < ۰ \end{cases}$ مفروض است. a و b را چنان بیابید که تابع در نقطه $x = ۰$ پیوسته باشد.	۱/۲۵
۱۳	مشتق تابع $f(x) = x^۳ + ۴x$ را در نقطه $x = ۲$ با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید.	۱
۱۴	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)	۲
	(الف) $f(x) = \frac{x}{x + \sqrt{x}}$	
	(ب) $g(x) = x^۳ (۳x + ۱)^۵$	
	(ج) $h(x) = ۲ \sin^۲ \left(\frac{\pi}{۶} - \frac{x}{۴} \right)$	
۱۵	تابع $f(x) = x^۲ + ۵x - ۶$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی که متغیر از $x = ۱$ به $x = ۴$ تغییر می‌کند، تعیین کنید.	۱
	«موفق باشید»	۲۰
	جمع نمره	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>(الف) $A = \{(6, 6), (6, 7), (7, 6)\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$P(\text{سکه پشت}) = \frac{6}{12}$</p> <p>$P(\text{تاس ۴}) = \frac{2}{12}$</p> <p>$P(\text{اشترایک}) = \frac{1}{12}$</p> $\Rightarrow P(\text{سکه پشت یا تاس ۴}) = \frac{6}{12} + \frac{2}{12} - \frac{1}{12} = \frac{7}{12} \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۵)$	۱
۲	<p>الف) ناسازگار (۰/۲۵)</p> <p>ب) $A \cup A' = S \quad (۰/۲۵)$ و $A \cap A' = \emptyset \quad (۰/۲۵)$</p>	۰/۷۵
۳	<p>$P(\text{سیاه بودن}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{17}{48} \quad (۰/۲۵)$</p> $(۰/۲۵) \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۴	<p>$P(\text{لامپ ها از یک نوع}) = \frac{\binom{6}{3} \binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} \quad (۰/۲۵)$</p>	۱
۵	$\frac{x^2 + x + 3 - x^2 + 3x - 2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$ $(۰/۴) \quad (۰/۲۵)$	۱
۶	<p>الف) برای نقاط تلاقی با محورها نمره منظور شود. (۰/۷۵)</p> <p>$(f+g)(x) = x^2 - 1$</p>  <p>$(f \cdot g)(-3) = f(-3)g(-3) = \frac{-2}{(0/25)} \times \frac{10}{(0/25)} = -20 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>«ادامه در صفحه دوم»</p>	۱/۵

رشته‌ی: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۵	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$x^2 - 2x - 3 > 0 \quad (0/25)$ $x < -1 \text{ یا } x > 3 \Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty) \quad (0/25)$ $2x - 1 > 0 \quad (0/25) \Rightarrow x > \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow D_g = \left(\frac{1}{2}, +\infty \right) \quad (0/25)$	۱/۷۵
۸	$(fog)(x) = f(g(x)) = \frac{\frac{1}{x-1} + 2}{\frac{1}{x-1} - 3} \quad (0/25)$ $D_g = R - \{1\} \quad (0/25), \quad D_f = R - \{3\} \quad (0/25)$ $D_{fog} = \left\{ x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f \right\} \quad (0/25)$ $D_{fog} = \left\{ x \mid x \neq 1, \frac{1}{x-1} \neq 3 \right\} = \left\{ x \mid x \neq 1, x \neq \frac{4}{3} \right\} \quad (0/25)$	۱/۵
۹	$f(0) = -1 \Rightarrow c = -1 \quad (0/25)$ $f(1) = 0 \Rightarrow 0 = a+b-1 \Rightarrow a+b=1 \quad (0/25)$ $f(2) = 3 \Rightarrow 3 = 4a+2b-1 \Rightarrow 2a+b=2 \quad (0/25) \Rightarrow a=1, b=0 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۱۰	$x-2=1 \Rightarrow x=3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+3}{x} = \frac{9}{3} = 3 \quad (0/25)$	۱
۱۱	$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin x}{2x} = \frac{2}{3} \quad (0/25)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{\sqrt{2x-1}-3} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(5-x)(\sqrt{2x-1}+3)}{(\sqrt{2x-1}-3)(\sqrt{2x-1}+3)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(5-x)(\sqrt{2x-1}+3)}{-2(5-x)} = -3 \quad (0/25)$ $\text{ج) } \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2}{1+\cos x} = \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (0/25)$ $\text{د) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{4 + 5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - x}{5x} = \frac{2}{5} \quad (0/25)$	۲/۷۵
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = b \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = a \quad (0/25)$ $\Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} & (0/25) \\ a = 1 & (0/25) \end{cases}$	۱/۲۵
۱۳	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 + 4x - 12}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+6)}{x-2} = 8 \quad (0/25)$	۱
۱۴	$f'(x) = \frac{\frac{1}{2}(x+\sqrt{x}) - \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)x}{(x+\sqrt{x})^2} \quad (0/25)$ $g'(x) = 3x^2(3x+1)^5 + 15x^3(3x+1)^4 \quad (0/25)$ $h'(x) = 4(-\frac{1}{4}) \sin(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}) \cos(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}) \quad (0/25)$	۲
۱۵	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{30 - 0}{3} = 10 \quad (0/25)$	۱
	« موفق باشید »	۲۰ جمع نمره

با سلام و خسته نباشد، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم رابه تناسب تقسیم نمائید.