

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ساعت شروع: ۹ صبح

سال سوم آموزش متوسطه

تاریخ امتحان: ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱

مرکز سنجش آموزش و پرورش
http://aee.medu.ir

دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور سال ۱۳۹۱

ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>جاهای خالی زیر را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) هر زیر مجموعه‌ی فضای نمونه‌ای را، یک می‌نامیم.</p> <p>ب) اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$، در این صورت B را دو پیشامد می‌نامیم.</p> <p>ج) دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ برابر است با</p> <p>د) مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{3x+4}$ برابر است با</p>	۱/۲۵
۲	<p>خانواده‌ای ۳ فرزند دارند:</p> <p>الف) فضای نمونه‌ای را بنویسید.</p> <p>ب) احتمال آن که خانواده فقط یک دختر داشته باشد را محاسبه کنید.</p> <p>ج) احتمال آن که خانواده حداقل ۲ پسر داشته باشد را محاسبه کنید.</p>	۲
۳	<p>از کیسه‌ای که شامل ۳ مهره قرمز و ۴ مهره سبز می‌باشد، ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم، مطلوب است احتمال آن که هر دو مهره هم رنگ باشند.</p>	۱/۵
۴	<p>معادله‌ی $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1}$ را حل کنید.</p>	۱
۵	<p>سهمی به معادله‌ی $f(x) = ax^r + bx + c$ مفروض است، مقادیر c, b, a را طوری بباید که این سهمی محور لزاها را در نقطه‌ای به عرض ۱ و محور x را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع کند و از نقطه‌ی $(M, 1)$ نیز بگذرد.</p>	۱/۷۵
۶	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} 1-x^r & ; x \geq 0 \\ x^{-3} & ; x < 0 \end{cases}$ مفروض است $f(f(2))$ را محاسبه کنید.</p>	۰/۷۵
۷	<p>تابع ۱ $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \sqrt{x+2}$ داده شده‌اند:</p> <p>الف) دامنه تابع $f(g(x))$ را به دست آورید.</p> <p>ب) دامنه تابع $g(f(x))$ را به دست آورید.</p> <p>ج) ضابطه gof را بنویسید.</p>	۱/۷۵
۸	<p>مقدار $\cos 75^\circ$ را محاسبه کنید.</p>	۱/۲۵

با اسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم تجربی ساعت شروع: ۹ صبح	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱		سال سوم آموزش متوسطه
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir
نمره	سؤالات	ردیف

حاصل حد های زیر را به دست آورید.

۳/۲۵ (الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$

(ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 1}$

۹

(ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$

(د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1 + 3x^\epsilon}{1 - x^\epsilon}$

۱/۰ در تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2 & ; x > 1 , (a \neq 0) \\ 3 & ; x = 1 \\ -3x + b & ; x < 1 \end{cases}$ مقادیر a, b را طوری بیابید که تابع در $x = 1$ پیوسته باشد.

۱۰

۰/۷۵ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 3x - 1$ را در نقطه $x = -1$ به دست آورید.

۱۱

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

(الف) $f(x) = (x + 1)(2x + 7)^3$

۱۲

(ب) $g(x) = 3 \sin^2 5x - 4 \tan x$

(ج) $h(x) = \frac{3x+1}{x^2-5}$

۱ شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x+5}$ را در نقطه ای به طول $x = 4$ به دست آورید.

۱۳

۲۰ جمع نمره «موفق باشید»

رشته‌ی: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۶ / ۱۸	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) بیشامد $D_f: R - \{-2, +2\}$ (۰/۲۵) ب) ناسازگار (۰/۲۵) ج) (۰/۲۵) (۰/۵) د) صفر (۰/۵)	۱/۲۵
۲	$n(s) = 8$ (۰/۵) $A = \{s s = \text{alf}(s)\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{8}$ (۰/۷۵) $B = \{s s = \text{alf}(B)\} \Rightarrow n(B) = 4 \Rightarrow P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (۰/۷۵)	۲
۳	$n(s) = \binom{7}{2} = 21$ (۰/۲۵) $n(A) = \binom{3}{2} + \binom{4}{2} = 3 + 6 = 9$ (۰/۲۵) $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{9}{21}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۴	$\frac{x}{x-1} + \frac{3}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-2}{x+1} = 0$ (۰/۲۵) $\frac{x(x+1) + 3 - (x-2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 0$ (۰/۲۵) $x^2 + x + 3 - x^2 + 3x - 2 = 0$ (۰/۲۵) $x = -\frac{1}{4}$ (۰/۲۵)	۱
۵	$f(x) = ax^4 + bx + c$ $A(0, 1) \Rightarrow 1 = 0 + 0 + c \Rightarrow 1 = c$ (۰/۲۵) $B(-1, 0) \Rightarrow 0 = a - b + 1$ (۰/۲۵) $M(1, 2) \Rightarrow 2 = a + b + 1$ (۰/۲۵)	۱/۷۵

«ادامه در صفحه دوم»

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۶ / ۱۸	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	<p>$f(2) = 1 - 2^2 = -3 \quad (0/5)$</p> <p>$f(f(2)) = f(-3) = -6 \quad (0/25)$</p>	۰/۷۵
۷	<p>الف) $D_f = R \quad (0/25)$ و $D_g = x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \quad (0/25)$</p> <p>ب) $D_{f \times g} = D_f \cap D_g = [-2, +\infty) \quad (0/5) \quad (0/25)$</p> <p>ج) $gof(x) = g(f(x)) = g(x-1) = \sqrt{x+1} \quad (0/25) \quad (0/25)$</p>	۱/۷۵
۸	<p>$\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \times \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \times \sin 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \quad (0/5) \quad (0/25)$</p>	۱/۲۵
۹	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-1)} = \frac{2}{1} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} 2\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = 2 \times \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = 2(1)^2 = \frac{2}{2} \quad (0/25)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2-1} \times \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{(x^2-1)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{4} \quad (0/25) \quad (0/25)$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1 + 3x^4}{1 - x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4}{-x^4} = \frac{-3}{1} \quad (0/5) \quad (0/25)$</p>	۳/۲۵

(ادامه در صفحه سوم)

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a + 2 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -3 + b \quad (0/25)$ $f(1) = 2 \quad (0/25)$ $\left. \begin{array}{l} a + 2 = -3 + b \\ a = 1 \\ b = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow a + 2 = -3 + b = 3 \Rightarrow \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 6 \end{array} \quad (0/25) \quad (0/25)$	۱/۵
۱۱	$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x - 1 + 4}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3(x + 1)}{(x + 1)} = (./25)$	۰/۷۵
۱۲	$a) f'(x) = 1(2x + 7)^3 + 3 \times 2(2x + 7)^2(x + 1) \quad (0/70)$ $b) g'(x) = 3 \times 2 \times 5 \sin 5x \cos 5x - (4)(1 + \tan^2 x) \quad (0/70)$ $c) h'(x) = \frac{3(x^2 - 5) - 2x(3x + 1)}{(x^2 - 5)^2} \quad (0/70)$	۲/۲۵
۱۳	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+5}} \Rightarrow f'(4) = m = \frac{1}{2\sqrt{4+5}} = \frac{1}{6} \quad (0/25) \quad (0/25)$	۱
	جمع نمره	۲۰

با سلام و خسته نباشید، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمائید.