

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : علوم ریاضی	ساعت شروع : ۱۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۱۰/۱۲	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید: الف) $\log_2 2$ ، عددی گویاست. ب) برای هر عدد حقیقی a داریم $ a \leq a \leq a $ ج) سوپریموم مجموعه $(1, \sqrt{3})$ برابر با ۳ است. د) اگر $0 < a < 1$ و $n \in \mathbb{N}$ ، آنگاه $0 < a^n \leq a$	۱
۱	با استفاده از تعریف حد دنباله ها ، ثابت کنید دنباله $\left\{ \frac{3n+1}{n} \right\}_{n=1}$ همگرا به ۳ است .	۲
۱	ابتدا تابع $s(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس مقادیر زیر را مشخص کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} s(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} s(x)$	۳
۱	با استفاده از قضیه ی بولزانو ثابت کنید معادله ی $x^3 - 2x - 5 = 0$ در بازه ی $[1, 2]$ جواب دارد.	۴
۱/۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) شیب خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x}$ ، در نقطه ای به طول ۱ واقع بر منحنی ، برابر است با ب) مکعبی به طول ضلع x مفروض است آنگاه تغییر حجم مکعب نسبت به x ، وقتی $x = 3$ باشد برابر است با ج) مشتق چپ تابع $f(x) = x-1 + 2 x-2 $ در $x = 1$ برابر است.	۵
۱/۵	مقادیر a و b را به قسمی تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & x \leq 0 \\ ax+a+b & x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد.	۶
۱	فرض کنید $f(x) = x^6 - 2x^4 - x + 1$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h}$ را به دست آورید.	۷
۲	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $x^3 + xy^3 = 4$ ب) $y = \frac{2}{x} + e^{\tan x}$ ج) $y = \ln(x^8 + x^2 + 1)$	۸

ادامه سؤالات در صفحه دوم

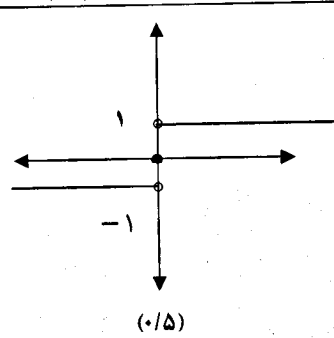
باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	حساب دیفرانسیل و انتگرال
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۲	دوره پیش دانشگاهی	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴		

ردیف	سؤالات (باسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.		
۹	با فرض اینکه تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در \mathbb{R} مشتق پذیر باشد و به ازای هر عدد حقیقی x ، $g(x) = f(2-x^2)$ و $f'(1) = 3$ ، مقدار $g'(1)$ را حساب کنید.	۱
۱۰	نقطه عطف تابع $y = \sin x$ را در بازه $(0, 2\pi)$ بیابید.	۱/۲۵
۱۱	نقاط اکسترمم موضعی تابع $f(x) = x^3 - 3x$ را بیابید.	۱/۷۵
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را رسم کنید.	۲
۱۳	مساحت ناحیه ای را که محدود به سهمی $y = x^2$ و خطوط $y = 0$ و $x = 0$ و $x = 2$ می باشد را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	مشتق تابع $G(x) = \int_{4x}^{-1} t^2 dt$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۵	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int_0^2 [x] dx$ ب) $\int (e^x - \cos 5x) dx$	۱/۷۵
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۲	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱	۱	درست (۰/۲۵) نادرست (۰/۲۵) درست (ب) (۰/۲۵) نادرست (الف) (۰/۲۵)	۱
۱	۲	$\forall \varepsilon > 0 \exists M \in \mathbb{N} \forall n \geq M \left \frac{3n+1}{n} - 3 \right < \varepsilon \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow \left \frac{1}{n} \right < \varepsilon \rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \quad (۰/۲۵) \rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow M = \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil + 1 \quad (۰/۲۵)$	۲
۱	۳	 <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} s(x) = -1 \quad (۰/۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} s(x) = 1 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>(۰/۵)</p>	۳
۱	۴	<p>تابع $f(x) = x^3 - 2x - 5$ چند جمله ای است پس در هر نقطه از \mathbb{R} پیوسته است پس در بازه $[1, 3]$ نیز، پیوسته است. (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی $f(1) = -6$ ، $f(3) = 16$ پس داریم $f(1) \times f(3) < 0$ بنابراین طبق قضیه ی بولزانو دست کم عددی مانند c در بازه $(1, 3)$ وجود دارد به طوری که $f(c) = 0$ یعنی c ریشه ی معادله ی $x^3 - 2x - 5 = 0$ است. (۰/۲۵)</p>	۴
۱/۵	۵	الف) -۲ (۰/۵) ب) ۲۷ (۰/۵) ج) -۳ (۰/۵)	۵
۱/۵	۶	<p>باید تابع f در $x = 0$ پیوسته باشد پس:</p> $\left. \begin{aligned} f(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= a + b \end{aligned} \right\} \rightarrow a + b = 4 \quad (۰/۵)$ $\left. \begin{aligned} f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax + a + b - 4}{x} = a \quad (۰/۲۵) \\ f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(x+2)^2 - 4}{x} = 4 \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} f'_-(0) &= f'_+(0) \\ \rightarrow & a = 4 \quad (۰/۲۵) \quad b = 0 \quad (۰/۲۵) \end{aligned}$	۶
۱	۷	$f'(x) = 6x^5 - 8x^3 - 1 \quad (۰/۲۵)$ $f''(x) = 30x^4 - 24x^2 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h} = f''(1) \quad (۰/۲۵) \rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h} = 30(1)^4 - 24(1)^2 = 6 \quad (۰/۲۵)$	۷

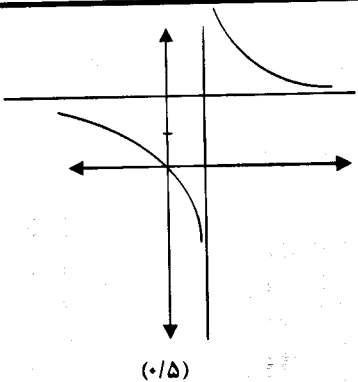
ادامه در برگه ی دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی		
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۲		
مرکز سنجش آموزش و پرورش		
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴		
http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۲	<p>الف) $3x^r + y^r + 3y^r y'x = 0 \rightarrow y' = -\frac{3x^r + y^r}{3y^r x} \quad (0/75)$</p> <p>ب) $y' = \frac{-2}{x^2} + (1 + \tan^2 x) \times e^{\tan x} \quad (0/75)$</p> <p>ج) $y' = \frac{8x^5 + 4x^3}{x^8 + x^2 + 1} \quad (0/5)$</p>	۸																	
۱	<p>$g'(x) = -2x \times f'(2-x^2) \quad (0/5) \rightarrow g'(1) = -2 \times \underbrace{f'(1)}_2 = -6 \quad (0/25)$</p>	۹																	
۱/۲۵	<p>$y' = \cos x \quad (0/25)$ $y'' = -\sin x \quad (0/25)$ $y'' = 0 \rightarrow -\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \quad (0/25) \Rightarrow x = \pi$</p> <p>علامت تابع y'' در بازه $(0, \pi)$ منفی و در بازه $(\pi, 2\pi)$ مثبت است در نتیجه نقطه $(\pi, 0)$ نقطه عطف تابع در بازه $(0, 2\pi)$ می باشد. $(0/5)$</p>	۱۰																	
۱/۷۵	<p>$D_f = \mathbb{R}, f'(x) = 3x^2 - 3 \quad (0/25)$ $3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \quad (0/5)$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>\nearrow</td> <td>2</td> <td>\searrow</td> <td>-2</td> <td>\nearrow</td> </tr> </table> <p>$(0/5)$</p> <p>نقطه $(1, -2)$ نقطه مینیمم موضعی (نسبی) تابع است. $(0/25)$ نقطه $(-1, 2)$ نقطه ماکسیمم موضعی (نسبی) تابع است. $(0/25)$</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	y	\nearrow	2	\searrow	-2	\nearrow	۱۱
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$															
y'	$+$	0	$-$	0	$+$														
y	\nearrow	2	\searrow	-2	\nearrow														
۲	<p>مجانب افقی $y = 2 \quad (0/25)$ $x = 1$: مجانب قائم $(0/25)$ $D = \mathbb{R} - \{1\}$</p> <p>$y' = \frac{-2}{(x-1)^2} \quad (0/5)$</p> <p>نقاط کمکی: $A(0, 0), B(2, 4)$</p> <p>(ادامه جواب در صفحه بعد)</p>	۱۲																	

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۲	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	

	 <p>(۰/۵)</p>	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$-$</td> <td></td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	$-$		$-$	y	2	$-\infty$	$+\infty$	۱۲
x	$-\infty$	1	$+\infty$												
y'	$-$		$-$												
y	2	$-\infty$	$+\infty$												
۱/۵	<p>بازه ی $[0, 2]$ را به n بازه ی جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $\Delta x = \frac{2}{n} \quad (۰/۲۵)$ $x_i = a + i\Delta x = \frac{2}{n}i, \quad (i=0, 1, 2, \dots, n) \quad (۰/۲۵) \rightarrow$ $f(x_i) = \left(\frac{2}{n}i\right)^2 = \frac{4}{n^2}i^2 \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow s_n = \sum_{i=1}^n \frac{4}{n^2}i^2 \times \frac{2}{n} = \frac{8}{n^3} \times \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{8}{n^3} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \rightarrow A = \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \frac{8}{3} \quad (۰/۲۵)$		۱۳												
۰/۷۵	$G(x) = -\int_{-1}^x t^2 dt \rightarrow G'(x) = -4 \times 16x^2 \quad (۰/۷۵)$		۱۴												
۱/۷۵	<p>الف) $\int_0^1 dx + \int_1^2 dx = x \Big _0^1 = 1 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ب) $e^x - \frac{1}{5} \sin 5x + c \quad (۰/۷۵)$</p>		۱۵												
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر														