

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵	ساعت شروع: ۱۰ صبح
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

۱/۵	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید: الف) $ x-1  < 4$ یک همسایگی متقارن به مرکز ..... و شعاع ..... است. ب) سوپریمم مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x < 3\}$ برابر با ..... است. پ) حد دنباله $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ برابر با ..... است.	۱
۱/۵	با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^2 - 1} = 0$	۲
۱/۵	با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ در $x = 0$ حد ندارد.	۳
۱/۵	مقدار $a$ را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+7} - 3 & x \neq 2 \\ x - 2 & x = 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد.	۴
۱	هزینه ساخت $x$ کالا، $C(x)$ تومان است که در آن $C(x) = 80000 + 4000x - 5x^2$ می باشد هزینه تولید ۱۰۱ امین کالا چقدر است.	۵
۱/۵	معادله خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x-1}$ را در نقطه $x = 2$ بنویسید.	۶
۱/۵	اگر $f(x) = \sqrt{x}g(x)$ و $g(4) = 8$ و $g'(4) = 7$ مقدار $f'(4)$ را محاسبه کنید.	۷
۱	معادله خط مماس بر تابع معکوس $f(x) = x^2 + 2x$ را در نقطه ای به طول ۳ واقع بر تابع معکوس بنویسید.	۸
۱	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = \ln \sin x $ ب) $y^2 + xy + \frac{x}{y} = 5$	۹
۱	مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۸ است. بزرگترین مقدار ممکن برای حاصلضرب آنها را پیدا کنید.	۱۰
۱/۵	جهت تقعر نمودار تابع $f$ با ضابطه $f(x) = x^4 - 4x^3$ را در دامنه اش بررسی نموده و نقاط عطف آن را مشخص کنید.	۱۱
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید.	۱۲
۱/۵	مساحت ناحیه ای را که محدود به خط $y = 2x + 1$ و خطوط $y = 0$ و $x = 1$ و $x = 4$ می باشد را به دست آورید.	۱۳
۰/۵	مشتق $G(x) = \int_{-1}^{3x} e^{t^2} dt$ را به دست آورید.	۱۴
۱/۵	انتگرال معین و نامعین زیر را محاسبه کنید. الف) $\int_{-1}^2 ( x  + 2x) dx$ ب) $\int (\cos 2x + e^{2x}) dx$	۱۵
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	(الف) مرکز ۱ و شعاع ۴ (۰/۵) (ب) ۳ (۰/۵) (پ) $\sqrt{e}$ (۰/۵)	۱
۱/۵	$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, n \geq M \Rightarrow \left  \frac{2}{n^2-1} - 0 \right  < \varepsilon \xrightarrow{(\cdot/5)} n^2 - 1 > \frac{2}{\varepsilon} \xrightarrow{(\cdot/5)} n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon} + 1} \xrightarrow{(\cdot/25)} M \geq \left\lceil \sqrt{\frac{2}{\varepsilon} + 1} + 1 \right\rceil (0/25)$	۲
۱/۵	$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \\ b_n &= \frac{1}{2n\pi} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(\cdot/5)} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 \xrightarrow{(\cdot/25)} \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 0 & (0/25) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n) = 1 & (0/25) \end{cases}$	۳
	پس تابع در $x = 0$ حد ندارد (۰/۲۵)	
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+7}+3} = \frac{1}{6} (0/25)$ $f(2) = 2a - 1 \xrightarrow{(\cdot/25)} 2a - 1 = \frac{1}{6} \xrightarrow{(\cdot/25)} a = \frac{7}{12} (0/25)$	۴
۱	$C'(x) = 4000 - 10x \xrightarrow{(\cdot/5)} C'(100) = 3000 (0/5)$	۵
۱/۵	$x=2 \Rightarrow y=1 (0/25)$ $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} \xrightarrow{x=2} m = \frac{1}{3} \xrightarrow{(\cdot/25)} m' = -3 (0/25)$ معادله خط قائم: $y-1 = -3(x-2) (0/5)$	۶
۱/۵	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \times g(x) + \sqrt{x} \times g'(x) (0/5)$ $f'(4) = \frac{1}{4} g(4) + 2g'(4) = \frac{1}{4} \times 8 + 2 \times 7 = 16 (0/25)$	۷
۱	$y=3 \Rightarrow x=1 (0/25)$ $f'(x) = 3x^2 + 2 \xrightarrow{(\cdot/25)} (f^{-1})'_{(3)} = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{5} (0/25)$ معادله خط مماس بر تابع معکوس: $y-1 = \frac{1}{5}(x-3) (0/25)$	۸
۱	الف) $y' = \frac{\cos x}{\sin x} (0/5)$ ب) $y' = -\frac{y + \frac{1}{y}}{2y + x - \frac{x}{y^2}} (0/5)$	۹
ادامه در برگه دوم		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱۰	$A(x) = x(18-x) = 18x - x^2 \quad (0/25)$ $A'(x) = 18 - 2x \xrightarrow{A'(x)=0} x = 9 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/25)</p> $A \text{ بزرگترین مقدار } = 81 \quad (0/25)$																					
۱۱	$f'(x) = 4x^2 - 12x \quad (0/25)$ $f''(x) = 8x - 12 \xrightarrow{f''(x)=0} x = 0, x = 2 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/25)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">-∞</td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">علامت f'(x)</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">جهت تغير f</td> <td style="text-align: center;">رو به بالا</td> <td style="text-align: center;">رو به پایین</td> <td style="text-align: center;">رو به بالا</td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">نقاط عطف: A(0,0) و B(2, -16) (0/25)</p> <p style="text-align: right;">رسم جدول (0/5)</p>	2	-	0	2	+	-∞				+∞	علامت f'(x)	+	-	+	+	جهت تغير f	رو به بالا	رو به پایین	رو به بالا		
2	-	0	2	+																		
-∞				+∞																		
علامت f'(x)	+	-	+	+																		
جهت تغير f	رو به بالا	رو به پایین	رو به بالا																			
۱۲	<p style="text-align: center;">مجانِب افقی <math>y=1</math> (0/25)    مجانب قائم <math>x=2</math> (0/25)    <math>D = \mathbb{R} - \{2\}</math> (0/25)</p> $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0 \quad (0/25) \quad \begin{cases} x=0 \rightarrow y=-\frac{1}{2} \\ y=0 \rightarrow x=-1 \end{cases} \quad (0/25)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">-∞</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y'</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">-1/2</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">-∞</td> </tr> </table> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p style="text-align: center;">(0/5 نمره)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p style="text-align: center;">(0/5 نمره)</p> </div> </div>	x	-∞	-1	0	2	+∞	y'	-	-	-	-	-	y	1	↓	-1/2	↓	-∞			
x	-∞	-1	0	2	+∞																	
y'	-	-	-	-	-																	
y	1	↓	-1/2	↓	-∞																	
۱۳	$\Delta x = \frac{4-1}{n} = \frac{3}{n} \quad (0/25) \quad , \quad x_i = 1 + \frac{3}{n}i \quad (0/25)$ $S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left( 3 + \frac{6}{n}i \right) \frac{3}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \left( 3n + \frac{6}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} \right) = 18 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/25)    (0/25)    (0/25)</p>																					
۱۴	$G'(x) = 3e^{3x} \quad (0/5)$																					
۱۵	<p>الف) <math>\int_{-1}^2 -x dx + \int_{-1}^2 x dx + \int_{-1}^2 2x dx = -\frac{x^2}{2} \Big _{-1}^2 + \frac{x^2}{2} \Big _{-1}^2 + x^2 \Big _{-1}^2 = \frac{11}{2} \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{4} e^{4x} + c \quad (0/5)</math></p> <p style="text-align: center;">(0/5)</p>																					
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																					