

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه : ۱	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/ ۱۰/ ۸	ساعت شروع : ۱۰ صبح
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

۱	فرض کنید برای هر عدد مثبت h ، $0 \leq a < h$ ، ثابت کنید $a = 0$	۱
۲	به کمک قضیه فشردگی ، ثابت کنید دنباله ی $\left\{ \frac{\cos n}{n} \right\}$ به صفر ، همگراست.	۱
۳	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید : الف) جواب نامعادله $ x - 3 < 2$ برابر است با ب) طبق اصل موضوع تمامیت در باب اعداد حقیقی، یک مجموعه ناتهی از اعداد حقیقی که دارای کران بالا باشد دارای است ج) مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right]$ برابر است با ، $\left[\frac{1}{x} \right]$ ، جزء صحیح $\frac{1}{x}$ است .	۱/۵
۴	به کمک تعریف دنباله ای حد ، ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ در نقطه صفر حد ندارد.	۱/۵
۵	مجاذب های افقی تابع $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ را بیابید.	۱
۶	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 + 2$ نسبت به x را روی بازه $[-1, 2]$ بیابید.	۱
۷	مقادیر a و b را به قسمی تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & x \leq 0 \\ ax+a+b & x > 0 \end{cases}$ در $x=0$ مشتق پذیر باشد.	۱/۵
۸	اگر $f(x) = \sqrt{x} g(x)$ و $g(4) = 8$ و $g'(4) = 7$ باشد مقدار $f'(4)$ را حساب کنید.	۱/۵
۹	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = e^{\sin x} + \ln(\Delta x^f + 1)$ ب) $4yx^5 - \frac{x}{y} = 0$	۲
۱۰	مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۲ است. بزرگترین مقدار ممکن برای حاصل ضرب آن ها را پیدا کنید.	۱
۱۱	به ازای چه مقداری برای a نقطه ای به طول ۱ نقطه ی عطف منحنی $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 3ax^2$ می باشد.	۱/۵
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x$ را رسم کنید.	۲
۱۳	الف) جمع $\sum_{k=1}^{20} (6k^2 + k)$ را بسط دهید. ب) جمع رو به رو را با استفاده از نماد Σ بنویسید. $3 + 3 + 3 + \dots + 3$ (۲۰۰ بار)	۱/۵
۱۴	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int_1^3 [x] dx$ ب) $\int (e^{5x} + \cos 3x - \frac{5}{x}) dx$	۲
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

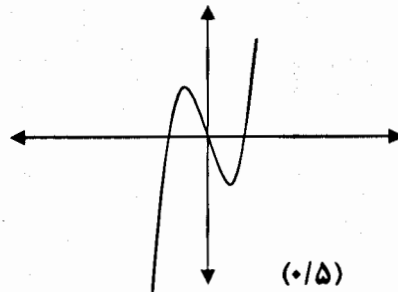
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱	برهان خلف: فرض کنیم $a \neq 0$ (۰/۲۵) پس: $a > 0 \rightarrow 0 < a < a$ (۰/۲۵) تناقض $\Rightarrow a = 0$ (۰/۲۵) $\frac{h=a}{(۰/۲۵)}$	۱
۱	$-1 \leq \cos n \leq 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow \forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{-1}{n} \leq \frac{\cos n}{n} \leq \frac{1}{n}$ (۰/۲۵), $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ (۰/۲۵) \rightarrow $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n} = 0$ (۰/۲۵)	۲
۱/۵	کوچکترین کران بالا (۰/۵) $1 < x < 5$ (۰/۵) الف	۳
۱/۵	$a_n = \frac{1}{2n\pi} \quad a_n \neq 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ $b_n = \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \quad b_n \neq 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0$ (۰/۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin(2n\pi) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 0 = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin(2n\pi + \frac{\pi}{2}) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ وجود ندارد. (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$ (۰/۲۵) بنابراین طبق تعریف حد،	۴
۱	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{ x } = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow y = 1 & \text{مجانب افقی (۰/۵)} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{-x} = -1 \Rightarrow y = -1 & \text{مجانب افقی (۰/۵)} \end{cases}$	۵
۱	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{6 - 3}{3} = 1$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۶
۱/۵	باید تابع f در $x = 0$ پیوسته باشد پس: $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a + b \rightarrow a + b = 4$ (۰/۵) $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax + a + b - 4}{x} = a$ (۰/۲۵) $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(x+2)^2 - 4}{x} = 4$ (۰/۲۵) $f'_-(0) = f'_+(0) \rightarrow a = 4$ (۰/۲۵) $b = 0$ (۰/۲۵)	۷

ادامه در صفحه دوم

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f'(x) = g'(x)\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}g(x) \quad (0/75)$ $f'(4) = g'(4)\sqrt{4} + \frac{1}{2\sqrt{4}}g(4) = 7 \times 2 + \frac{1}{4} \times 8 = 16 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/5)</p>	۸																		
۲	$\text{الف) } y' = \frac{\cos x e^{\sin x}}{(0/5)} + \frac{2 \cdot x^2}{5x^2 + 1} \quad (0/5)$ $\text{ب) } y' = -\frac{2 \cdot yx^2 - \frac{1}{y}}{4x^5 + \frac{x}{y^2}} \quad (0/5)$	۹																		
۱	$x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - x \quad (0/25)$ $p = xy \Rightarrow p(x) = x(12 - x) = 12x - x^2 \quad (0/25)$ $p'(x) = 12 - 2x \Rightarrow 12 - 2x = 0 \Rightarrow x = 6, y = 6 \quad (0/25) \Rightarrow p_{\max} = 36 \quad (0/25)$	۱۰																		
۱/۵	$f'(x) = x^2 + 3x^2 + 6ax \quad (0/5)$ $f''(x) = 2x^2 + 6x + 6a \quad (0/5) \Rightarrow 9 + 6a = 0 \quad (0/25) \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \quad (0/25)$	۱۱																		
۲	$D = \mathbb{R} \quad y' = 3x^2 - 3 \quad 3x^2 - 3 = 0 \quad (0/25) \rightarrow \begin{cases} x = 1 \quad (0/25) \\ x = -1 \quad (0/25) \end{cases}$ $y'' = 6x \quad 6x = 0 \rightarrow x = 0 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗</td> <td>↘</td> <td>↗</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(0/5)</p> <div style="text-align: center;">  <p style="text-align: right;">(0/5)</p> </div>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	↗	↘	↗	$+\infty$	۱۲
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'	+	0	-	0	+															
y	$-\infty$	↗	↘	↗	$+\infty$															
ادامه در صفحه سوم																				

باسمه تعالی

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/۱۰/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱/۵	<p>الف) $6x \frac{30(30+1)(2 \times 30+1)}{6} + \frac{30(30+1)}{2} = 56730 + 465 = 57195 (0/25)$</p> <p>ب) $\sum_{k=1}^{100} 3 (0/5)$</p>	۱۳
۲	<p>الف) $\int_1^2 1 dx + \int_2^3 2 dx (0/5) = x \Big _1^2 + 2x \Big _2^3 (0/5) = 3 (0/25)$</p> <p>ب) $\frac{1}{5} e^{5x} + \frac{1}{3} \sin 3x - 5 \ln x + c$</p>	۱۴
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	