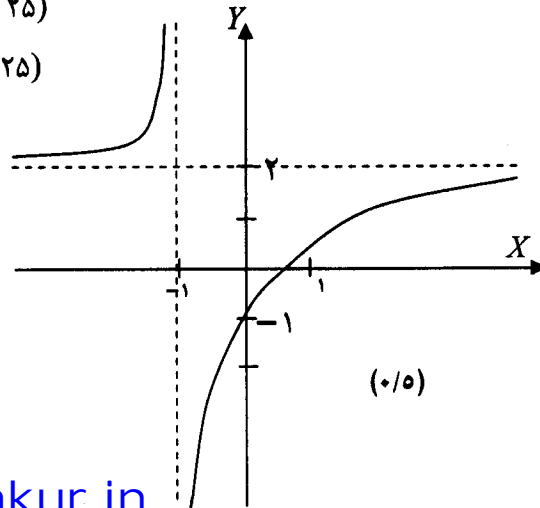


مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعات شروع: ۸ صبح	رشته: علوم ریاضی	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۲/۳۰		پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم (اردیبهشت ماه) سال ۱۳۹۱	
نمره	سوالات		ردیف

۱/۵	از نقطه‌ی $(1, -1)$ بر نمودار $2xy^3 + 3x^2y + 4x + 1 = 0$ خط مماسی رسم می‌کنیم. معادله‌ی خط مماس را بنویسید.	۱
۱/۵	برای تابع $f(x) = x^3 + 2x - 2$ مقدار $(f^{-1})'(1)$ را محاسبه کنید.	۲
۱	مقدار عددی مشتق سوم تابع $f(x) = 2 \cos 2x$ را در $x = \frac{\pi}{4}$ بیابید.	۳
۱/۲۵	محدوده‌ی b چنان بیابید که تابع $y = \frac{x+b}{x-1}$ برای $x \in (1, +\infty)$ همواره نزولی باشد.	۴
۱/۲۵	دو تابع مشتق پذیر f و g زوی بازه‌ی I را در نظر بگیرید به طوری که برای $x \in I$ ، $f'(x) = g'(x)$. نشان دهید عددی حقیقی مانند k وجود دارد که برای $x \in I$ ، $f(x) = g(x) + k$.	۵
۲	مقدار ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$ را روی بازه‌ی $[-1, 2]$ در صورت وجود تعیین کنید.	۶
۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x+1}$ را رسم کنید.	۷
۱/۵	جهت تغییرات و نقطه‌ی عطف تابع $y = x^3 + 3x^2 - 3x - 3$ را در صورت وجود پیدا کنید.	۸
۱	با استفاده از قاعده‌ی هسپیتال حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi x}{3}}{x^2 - 5x + 6}$	۹
۱	مقدار تقریبی $\sqrt{26}$ را به دست آورید.	۱۰
۲	مقدار تقریب اضافی مساحت زیر منحنی $f(x) = -x^2 + 4x$ را در بازه‌ی $[0, 2]$ برای $n = 4$ به دست آورید.	۱۱
۱	مقدار متوسط تابع $g(x) = x + 2$ را در بازه‌ی $[-1, 3]$ بیابید.	۱۲
۱	بدون محاسبه‌ی انتگرال، مشتق زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $\frac{d}{dt} \int_t^{\sqrt{t}} \sqrt{1+x^2} dx$	۱۳
۲	انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید. الف) $\int x^2 \sin(x^2 + 2) dx$ ب) $\int_0^2 x-1 dx$	۱۴
۲۰	جمع نمره	موفق باشید. forum.konkur.in

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۲/۳۰	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم (اردیبهشت ماه) سال ۱۳۹۱	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱/۵	$\frac{dy}{dx} = -\frac{(2y^2 + 6xy + 4)(0/5)}{6xy^2 + 3x^2(0/5)} \Rightarrow m = \frac{4}{9}(0/25) \Rightarrow y+1 = \frac{4}{9}(x-1) \Rightarrow y = \frac{4}{9}x - \frac{13}{9}$	۱												
۱/۵	$x^2 + 2x - 2 = 1 (0/25) \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x^2 + x + 3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x^2 + x + 3 \neq 0 (\Delta < 0) (0/25) \\ x = 1 (0/25) \end{cases} \Rightarrow (1,1) \in f^{-1}$ $f'(x) = 3x^2 + 2 (0/25) , f'(1) = 5 \Rightarrow (f^{-1})'(1) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{5} (0/25)$	۲												
۱	$f'(x) = -4\sin 2x (0/25) \Rightarrow f''(x) = -8\cos 2x (0/25) \Rightarrow f'''(x) = 16\sin 2x (0/25) \Rightarrow f'''(\frac{\pi}{4}) = 16 (0/25)$	۳												
۱/۲۵	$f'(x) = \frac{(x-1) - (x+b)(0/25)}{(x-1)^2 (0/25)} = \frac{-b-1 (0/25)}{(x-1)^2} < 0 (0/25) \Rightarrow b > -1 (0/25)$	۴												
۱/۲۵	<p>فرض کنیم $h(x) = f(x) - g(x)$ (۰/۲۵). واضح است که $h'(x) = f'(x) - g'(x) = 0 \forall x \in I$ (۰/۲۵). نتیجه ای از قضیه‌ی مقدار میانگین h روی I ثابت است (۰/۲۵). بنابراین $h(x) = k$ (۰/۲۵). به عبارت دیگر روی I, $f(x) = g(x) + k$ (۰/۲۵).</p>	۵												
۲	$f'(x) = \frac{-2x}{(1+x^2)^2} (0/5) \xrightarrow{f'(x)=0} x=0 (0/25) \Rightarrow f(0) = 1 (0/25)$ <p>ماکسیمم مطلق (۰/۲۵) $f(-1) = \frac{1}{2} (0/25)$ $f(2) = \frac{1}{5} (0/25)$ مینیمم مطلق (۰/۲۵)</p>	۶												
۲	<p>مجاانب قائم (۰/۲۵) و $\begin{cases} x \rightarrow -1 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = -1$ (۰/۲۵) و $\begin{cases} x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow 2 \end{cases} \Rightarrow y = 2$ (۰/۲۵) مجاانب افقی</p> $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0 (0/25) , x=0 \Rightarrow y=-1 (0/25)$ $y=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2} (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۱</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۲</td> <td>$+\infty$</td> <td>۲</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>  <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	۱	$+\infty$	y'	+	+	+	y	۲	$+\infty$	۲	۷
x	$-\infty$	۱	$+\infty$											
y'	+	+	+											
y	۲	$+\infty$	۲											

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان : ۳۰ / ۲ / ۱۳۹۱	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم (اردیبهشت ماه) سال ۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$y' = 3x^2 + 6x - 3 \quad (۰/۲۵)$ $y'' = 6x + 6 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{y''=0} x = -1 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) نقطه‌ی عطف (-۱, ۲)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y''</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">\cap</td> <td style="padding: 5px;">\cup</td> <td style="padding: 5px;">\cup</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y''	$-$	0	$+$	y	\cap	\cup	\cup	۸
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
y''	$-$	0	$+$											
y	\cap	\cup	\cup											
۱	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi x}{3}}{(2x-5)} = -\frac{\pi}{3} \quad (۰/۲۵)$	۹												
۱	$f(x) = \sqrt{x}, x = 25, \Delta x = 1 \quad (۰/۲۵), f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sqrt{26} \approx \sqrt{25} + 1 \times \frac{1}{2\sqrt{25}} = 5/1 \quad (۰/۲۵)$	۱۰												
۲	$\Delta x = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵), \sum_{i=1}^4 f(u_i) \Delta x = \frac{1}{4} (f(\frac{1}{4}) + f(1) + f(\frac{9}{4}) + f(2)) = \frac{1}{4} (\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + 2) = \frac{25}{4} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(در صورتی که به جای (*) جدول محاسبات نیز آورده شد بارم مورد نظر داده شود.)</p>	۱۱												
۱	$\frac{1}{3+1} \int_{-1}^3 (x+2) dx = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} x^2 + 2x \right) \Big _{-1}^3 = 3 \quad (۰/۲۵)$	۱۲												
۱	$\frac{d}{dt} \int_1^{\sqrt{t}} \sqrt{1+x^2} dx = \left(\frac{1}{2\sqrt{t}} \times \sqrt{1+(\sqrt{t})^2} \right) - \left(\frac{1}{2\sqrt{t}} \times \sqrt{1+t^2} \right) = \frac{\sqrt{1+t}}{2\sqrt{t}} - \sqrt{1+t^2}$	۱۳												
۲	<p>الف) $\frac{1}{3} \int 3x^2 \sin(x^3 + 2) dx = -\frac{1}{3} \cos(x^3 + 2) + c$</p> <p>ب) $\int x-1 dx + \int x-1 dx = \int (-x+1) dx + \int (x-1) dx = \left(-\frac{1}{2}x^2 + x \right) \Big _0^1 + \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \Big _1^2 = 1 \quad (۰/۲۵)$</p>	۱۴												
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره داده شود. با سپاس و احترام													