

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴ / ۳ / ۵	تعداد صفحه : ۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	ثابت کنید وارون هر عدد حقیقی (غیر صفر) منحصر به فرد است.	۱
۱	با استفاده از تعریف حد دنباله ها ، ثابت کنید دنباله $\left\{2 - \left(\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ همگرا به ۲ است.	۲
۲	به کمک تعریف دنباله ای حد ، ثابت کنید تابع زیر در نقطه $x=0$ حد ندارد. $f(x) = \begin{cases} -x & x > 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$	۳
۰/۵	الف) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ نسبت به x روی بازه $[-1, 2]$ برابر است با	۴
۰/۵	ب) آهنگ آنی تغییر تابع $f(x) = 2\sin 2x$ نسبت به x در $x = \frac{\pi}{6}$ برابر است با	۴
۱/۵	۵ نشان دهید نقطه $(1, 0)$ یک گوشه برای تابع $f(x) = x-1 $ است و اندازه زاویه ایجاد شده در گوشه را به دست آورید.	۵
۱/۵	۶ اگر $f(x) = \sqrt{x} g(x)$ و $g(4) = 8$ و $g'(4) = 7$ باشد مقدار $f'(4)$ را حساب کنید.	۶
۲	۷ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $e^{xy} + x^3 - \sin y = 2x$ ب) $y = \ln \sqrt{x^2 + 1}$	۷
۱	۸ معادله خط مماس بر نمودار تابع وارون $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$ را در نقطه $(0, -3)$ به دست آورید.	۸
۱/۲۵	۹ نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را در بازه $\left[-\frac{3}{4}, 3\right]$ به دست آورید.	۹
۱/۷۵	۱۰ جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = 1 + \sqrt[3]{x}$ را در دامنه اش بررسی نموده و نقطه عطف آن را به دست آورید.	۱۰
۲	۱۱ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$ را رسم کنید.	۱۱
۱/۵	۱۲ محاسبه زیر را انجام دهید. $\sum_{k=1}^{20} (4k^2 - 3k + 5)$	۱۲
۱/۵	۱۳ مقدار میانگین تابع $f(x) = \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$ را در بازه $[0, \pi]$ حساب کنید.	۱۳
۱	۱۴ انتگرال زیر را محاسبه کنید. $\int (2x^3 + \sqrt{x} - 1) dx$	۱۴
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۵	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

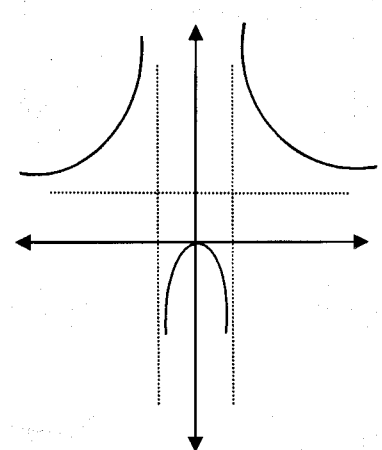
۱	فرض کنیم y_1 و y_2 هر دو وارون x باشند پس: $xy_1 = 1$, $xy_2 = 1$ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۶) $y_1 = y_1 \times 1 = y_1 (xy_2) = (y_1 x) y_2 = (xy_1) y_2 = 1 \times y_2 = y_2$ (۰/۲۵) $\underbrace{y_1}_{(۰/۲۵)} \underbrace{\times 1}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{y_1 (xy_2)}_{(۰/۲۵)} = (y_1 x) y_2 = (xy_1) y_2 = 1 \times y_2 = y_2$	۱
۱	$\forall \varepsilon > 0 \exists M \in \mathbb{N} \forall n \geq M \left 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n - 2 \right < \varepsilon$ (۰/۲۵) $\rightarrow \left \left(\frac{1}{2}\right)^n \right < \varepsilon \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n < \varepsilon$ (۰/۲۵) $\rightarrow n > \log_{\frac{1}{2}} \varepsilon$ (۰/۲۵) $\Rightarrow M = \left\lceil \log_{\frac{1}{2}} \varepsilon \right\rceil + 1$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۳۴)	۲
۲	$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{n} & a_n &\neq 0 & \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n &= 0 \\ b_n &= -\frac{1}{n} & b_n &\neq 0 & \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n &= 0 \end{aligned} \right\} (۰/۵)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{1}{n} = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{n} + 1\right) = 1$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وجود ندارد. (۰/۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$ (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۷۲)	۳
۱	۱ = آهنگ متوسط (الف) (۰/۵) ۲ = آهنگ آبی (ب) (۰/۵)	۴
۱/۵	$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ (۰/۲۵) = $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x-1 }{x-1} \rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-1} = 1 & (۰/۲۵) \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1 & (۰/۲۵) \end{cases}$ $\tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \frac{-1 - 1}{1 - 1} = \text{تعریف نشده}$ (۰/۲۵) $\rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۳۴)	۵
ادامه در برگه دوم		

مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۳/۵	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f'(x) = g'(x)\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}g(x) \quad (۰/۷۵)$ $f'(۴) = g'(۴)\sqrt{۴} + \frac{1}{2\sqrt{۴}}g(۴) = ۷ \times ۲ + \frac{1}{۴} \times ۸ = ۱۶ \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">(مسئله ۶ کتاب صفحه ۱۵۰)</p>	۶												
۲	<p>الف) $ye^{xy} + y'xe^{xy} + 3x^2 - y' \cos y = 2 \quad (۱/۲۵)$</p> <p>ب) $y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} \quad (۰/۷۵)$</p> <p style="text-align: right;">مبحث مشتق گیری ضمنی - تابع نمایی و لگاریتمی طبیعی صفحات ۱۶۳-۱۵۴</p>	۷												
۱	$f'(x) = \frac{-1}{(x+2)^2} \quad (۰/۲۵) \rightarrow f'(-۲) = -1 \quad (۰/۲۵)$ $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(-۲)} = -1 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">(مشابه مسئله ۱۰ صفحه ۱۶۴)</p>	۸												
۱/۲۵	$D = \mathbb{R} \quad f'(x) = 3x^2 - 3 \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{قابل قبول} \quad (۰/۲۵) \\ x=-1 & \text{قابل قبول} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ <p style="text-align: right;">ماکسیمم مطلق $f(3) = 19 \quad (۰/۲۵)$ $f(1) = -1 \quad (۰/۲۵)$ مینیمم مطلق $f(-1) = 2 \quad f(\frac{-3}{2}) = \frac{17}{8}$</p> <p style="text-align: right;">(مسئله ۴ کتاب قسمت الف صفحه ۱۹۰)</p>	۹												
۱/۷۵	$D = \mathbb{R} \quad f'(x) = \frac{1}{3\sqrt{x^2}} \quad (۰/۲۵) \quad f''(x) = \frac{-2}{9\sqrt{x^5}} \quad (۰/۵)$ $9\sqrt{x^5} = 0 \rightarrow x = 0 \quad (۰/۲۵)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y''</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">∪</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">∩</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">نقطه $(0, 1)$ نقطه عطف تابع است. $(۰/۲۵)$ (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۸۴ کتاب)</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y''	+		-	y	∪		∩	۱۰
x	$-\infty$	0	$+\infty$											
y''	+		-											
y	∪		∩											

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۵	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	$D = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ <p> $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \Rightarrow x = -1$ (۰/۲۵) مجانب قائم $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ (۰/۲۵) مجانب قائم $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ (۰/۲۵) مجانب افقی </p> $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2-1)^2}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td> </td> <td>+ 0 -</td> <td> </td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$\nearrow +\infty$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\nearrow 0 \searrow$</td> <td>$-\infty \nearrow$</td> <td>$+\infty \searrow$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>  <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">(مثال کتاب صفحه ۲۰۳)</p>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+		+ 0 -		-	y	$\nearrow +\infty$	$-\infty$	$\nearrow 0 \searrow$	$-\infty \nearrow$	$+\infty \searrow$	۱۱
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'	+		+ 0 -		-															
y	$\nearrow +\infty$	$-\infty$	$\nearrow 0 \searrow$	$-\infty \nearrow$	$+\infty \searrow$															
۱/۵	$\sum_{k=1}^{20} (4k^2 - 2k + 5) = 4 \sum_{k=1}^{20} k^2 - 2 \sum_{k=1}^{20} k + 5 \sum_{k=1}^{20} 1 = 4 \times \frac{20(20+1)(2 \times 20 + 1)}{6} - 2 \times \frac{20(20+1)}{2} + 5 \times 20$ $= 12210 \text{ (۰/۲۵)}$ <p style="text-align: right;">(مشابه مثال کتاب صفحه ۲۱۸)</p>	۱۲																		
۱/۵	$\bar{f} = \frac{1}{\pi - 0} \int_0^\pi \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}} dx \text{ (۰/۲۵)} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos x dx \text{ (۰/۲۵)} = \frac{1}{\pi} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi -\cos x dx \right) \text{ (۰/۵)}$ $= \frac{1}{\pi} \left(\left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 \right) + \left(-\sin \pi + \sin \frac{\pi}{2} \right) \right) \text{ (۰/۲۵)} = \frac{2}{\pi} \text{ (۰/۲۵)}$ <p style="text-align: right;">(مشابه مسئله ۴ کتاب صفحه ۲۴۹)</p>	۱۳																		
۱	$\int (2x^2 + \sqrt{x} - 1) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - x + c \quad (1)$ <p style="text-align: right;">(مشابه مثال صفحه ۲۴۲)</p>	۱۴																		
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																			