

باسمه تعالی

| | | | |
|---|---------------------|---|------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال | رشته : ریاضی فیزیک | تعداد صفحه : ۱ | مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه |
| نام و نام خانوادگی : | دوره ی پیش دانشگاهی | تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/۳/۵ | ساعت شروع : ۸ صبح |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷ | | مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|---|---|----------|
| توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است. | | |
| ۱ | اگر اشتراک دو بازه $(-۲, ۴)$ و $(۱, ۵)$ یک همسایگی متقارن باشد مرکز و شعاع همسایگی را بیابید. | ۱ |
| ۲ | با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{2^n - 1} = 0$ | ۱/۲۵ |
| ۳ | درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) هرگاه $\{a_n\}$ دنباله‌ای همگرا و $\{b_n\}$ دنباله‌ای واگرا باشد آنگاه دنباله $\{a_n + b_n\}$ همگراست. ب) بزرگترین کران پایین $[۱, ۳]$ برابر ۳ است. پ) دنباله $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+2} \right\}$ به e همگراست. | ۰/۷۵ |
| ۴ | با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x-1}$ در $x = 1$ حد ندارد. | ۱/۲۵ |
| ۵ | نشان دهید معادله $x^2 + (x+2)(x-1) = 0$ در بازه $[-۱, ۱]$ دارای جواب است. | ۱ |
| ۶ | پیوستگی تابع $f(x) = [\cos x]$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید. | ۰/۷۵ |
| ۷ | نشان دهید خط $x = 2$ ، مماس قائم بر منحنی $f(x) = \sqrt{x-2}$ می‌باشد. | ۱ |
| ۸ | مشتق‌پذیری تابع $f(x) = (x-1) x-1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید. | ۱/۵ |
| ۹ | با فرض اینکه $f(x) = \sqrt{x}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^x(1+h) - f^x(1)}{h}$ را به دست آورید. | ۱/۵ |
| ۱۰ | معادله خط مماس بر منحنی $y = e^{2x} \cos x$ را در نقطه $(0, 1)$ پیدا کنید. | ۱ |
| ۱۱ | مشتق تابع وارون تابع f با ضابطه $f(x) = 2x + \ln x$ را در صورتی که $f(1) = 2$ باشد، به دست آورید. | ۱ |
| ۱۲ | اکسترم‌های مطلق تابع $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ را در بازه $[-۲, ۱]$ مشخص کنید. | ۱/۵ |
| ۱۳ | شعاع کره‌ای با آهنگ ۲ میلی‌متر بر ثانیه بزرگ می‌شود در لحظه‌ای که قطر کره ۴۰ میلی‌متر است، حجم کره با چه آهنگی افزایش می‌یابد. | ۱ |
| ۱۴ | جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ را رسم کنید. | ۲ |
| ۱۵ | مساحت ناحیه‌ی محدود به منحنی $y = x^2 - 1$ و خطوط $y = 0$ و $x = 0$ و $x = 3$ را به دست آورید. | ۱/۵ |
| ۱۶ | مشتق تابع $F(x) = x^4 \int_1^x \sqrt{t+1} dt$ را به دست آورید. | ۱ |
| ۱۷ | انتگرال نامعین $\int \left(\frac{2}{x} - x\sqrt{x} + \sin 2x \right) dx$ را محاسبه کنید. | ۱ |
| ۲۰ | موفق باشید | جمع نمره |

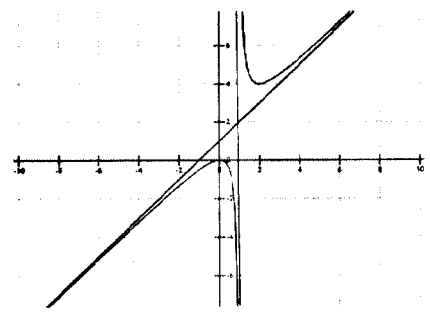
باسمه تعالی

| | | |
|---|---|--|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۵ | پیش دانشگاهی | |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷ | |
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |

| | | |
|------|--|---|
| ۱ | $(-۲, ۴) \cap (۱, ۵) = (۱, ۴)$ (۰/۵) مرکز $\frac{۴+۱}{۲} = \frac{۵}{۲}$ (۰/۲۵)، شعاع $\frac{۴-۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$ (۰/۲۵) | ۱ |
| ۱/۲۵ | $(\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, n \geq M \Rightarrow \left \frac{(-1)^n}{2^n - 1} - 0 \right < \varepsilon) \xrightarrow{(۰/۲۵)} 2^n > \frac{1}{\varepsilon} + 1 \xrightarrow{(۰/۲۵)} n \log 2 > \log\left(\frac{1}{\varepsilon} + 1\right)$ (۰/۲۵) $\rightarrow n \geq \log_2\left(\frac{1}{\varepsilon} + 1\right) \xrightarrow{(۰/۲۵)} M \geq \left\lceil \log_2\left(\frac{1}{\varepsilon} + 1\right) \right\rceil + 1$ (۰/۲۵) | ۲ |
| ۰/۲۵ | (الف نادرست (۰/۲۵) (ب نادرست (۰/۲۵) (پ درست (۰/۲۵) | ۳ |
| ۱/۲۵ | $\left. \begin{aligned} a_n &= 1 + \frac{1}{2n\pi} \\ b_n &= 1 + \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1 \xrightarrow{(۰/۲۵)} \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 0 & (۰/۲۵) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n) = 1 & (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>پس تابع در $x=1$ حد ندارد (۰/۲۵)</p> | ۴ |
| ۱ | $f(-1) = -1$ $f(1) = 1$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)} f(-1)f(1) < 0 \xrightarrow{(۰/۲۵)}$ (۰/۲۵) حداقل یک ریشه دارد | ۵ |
| ۰/۲۵ | $\lim_{x \rightarrow 0} [\cos x] = 0$ $f(0) = 1$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)}$ (۰/۲۵) پیوسته نیست $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$ | ۶ |
| ۱ | $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2} - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x-2}} = +\infty \xrightarrow{(۰/۲۵)}$ (۰/۲۵) مماس قائم است $x=2$ | ۷ |
| ۱/۵ | $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) x-1 - 0}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} x-1 = 0 \xrightarrow{(۰/۲۵)}$ (۰/۲۵) تابع f در $x=1$ مشتق پذیر است | ۸ |
| ۱/۵ | $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[3]{1+h})^3 - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h(\sqrt{1+h} + 1)} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) | ۹ |

ادامه در برگه دوم

| | | |
|---|---|--|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۵ | پیش دانشگاهی | |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷ | |
| نمره | راهنمای تصحیح | |
| ردیف | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------|---|----|-----------|---|-----------|---|-----------|----|-----------|---|---|---|-----------|---|---|-----------|---|---|---|-----------|---|---|---|-----------|---|---|---|-----------|----|
| ۱ | $y' = 2e^{2x} \cos x - e^{2x} \sin x \xrightarrow{(\cdot/5)} y'(0) = 2 \quad (\cdot/25)$ $y - 1 = 2(x - 0) \rightarrow y = 2x + 1 \quad (\cdot/25)$ | ۱۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | $f^{-1}(2) = 1 \quad (\cdot/25), f'(x) = 2 + \frac{1}{x} \quad (\cdot/25)$ $(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3} \quad (\cdot/25)$ | ۱۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | $f'(x) = 4x^3 - 4x = 0 \xrightarrow{(\cdot/25)} x = 0, x = \pm 1 \quad (\cdot/5)$ $\begin{cases} f(0) = 1 & (\cdot/25) \\ f(1) = f(-1) = 0 & \min(\cdot/25) \\ f(-2) = 9 & \max(\cdot/25) \end{cases}$ | ۱۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | $V = \frac{4}{3} \pi r^3 \xrightarrow{(\cdot/25)} V'_r = 4\pi r^2 r'_r \xrightarrow{(\cdot/5)} V'_r = 2200\pi \quad (\cdot/25)$ | ۱۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | <p>مجانِب مایل $(\cdot/25) y = x + 1$. مجانب قائم $x = 1$ $(\cdot/25)$, $D = R - \{1\}$</p> $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \quad (\cdot/25) \xrightarrow{y'=0} \begin{cases} x=0 \rightarrow y=0 \\ x=2 \rightarrow y=4 \end{cases} \quad (\cdot/25)$  <table border="1" data-bbox="255 1635 702 1792"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗</td> <td>0</td> <td>↘</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗</td> <td>0</td> <td>↘</td> <td>$+\infty$</td> <td>↗</td> <td>4</td> <td>↘</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> | x | $-\infty$ | 0 | 1 | 2 | $+\infty$ | y' | + | 0 | - | - | 0 | + | y | $-\infty$ | ↗ | 0 | ↘ | $-\infty$ | ↗ | 0 | ↘ | $+\infty$ | ↗ | 4 | ↘ | $+\infty$ | ۱۴ |
| x | $-\infty$ | 0 | 1 | 2 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | + | 0 | - | - | 0 | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | $-\infty$ | ↗ | 0 | ↘ | $-\infty$ | ↗ | 0 | ↘ | $+\infty$ | ↗ | 4 | ↘ | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ادامه در برگه سوم | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

باسمه تعالی

| | | |
|---|---|--|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۵ | پیش دانشگاهی | |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷ | |
| نمره | راهنمای تصحیح | |
| | | ردیف |

| | | |
|-----|--|----|
| ۱/۵ | $\left. \begin{array}{l} \Delta x = \frac{1}{n} \\ \Delta x = \frac{2}{n} \end{array} \right\} \xrightarrow{(-/۲۵)} \left. \begin{array}{l} f(x_i) = \frac{i^2}{n^2} - 1 \\ f(x_i) = \frac{4i^2}{n^2} + \frac{4i}{n} \end{array} \right\} \xrightarrow{(-/۵)} s = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\underbrace{\sum_{i=1}^n \left(\frac{i^2}{n^2} - 1 \right) \frac{1}{n}}_{(-/۵)} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{4i^2}{n^2} + \frac{4i}{n} \right) \frac{2}{n} \right) = \frac{2}{3} + \frac{20}{3} = \frac{22}{3}$ | ۱۵ |
| ۱ | $F'(x) = \underbrace{4x^2 \int \sqrt{t+1} dt}_{(-/۵)} + \underbrace{x^2 \sqrt{1+x}}_{(-/۵)}$ | ۱۶ |
| ۱ | $\underbrace{2Ln x - \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}}_{(-/۵)} - \underbrace{\frac{1}{3} \cos^3 x + c}_{(-/۵)}$ | ۱۷ |
| ۲۰ | همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر | |