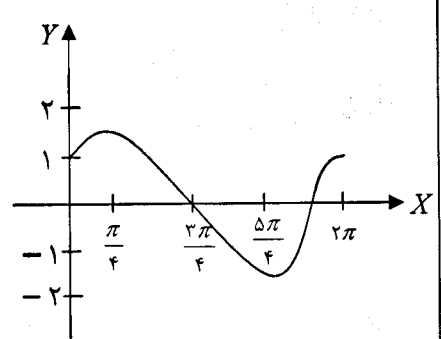


مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: علوم ریاضی	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۲۳	پیش دانشگاهی		
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱		
نمره	سوالات ( پاسخنامه دارد )		ردیف

۱/۵	معادله‌ی خط مماس بر منحنی معکوس تابع $f(x) = \frac{1}{1+x}$ را در نقطه‌ی ای به طول $\frac{1}{p}$ واقع بر $f^{-1}$ بنویسید.	۱
۱	مشتق سوم تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در نقطه‌ی $x = -1$ به دست آورید.	۲
۱/۵	کارخانه‌ی ای برای تولید $x$ ساعت مچی $C(x) = 2000 + 10x + \frac{x^2}{100}$ تومان هزینه می کند. الف) هزینه‌ی نهایی وقتی $x = 50$ چیست؟ ب) هزینه‌ی واقعی تولید پنجاه و یکمین ساعت چه قدر است؟	۳
۲	تابع $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ را در نظر بگیرید. الف) نقاط بحرانی تابع $f$ را بیابید. ب) با استفاده از آزمون مشتق دوم، ماکسیمم و مینیمم نسبی بودن هر یک از نقاط بحرانی $f$ را تعیین کنید.	۴
۱/۵	شرایط قضیه‌ی رول را برای تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ روی بازه‌ی $[-1, 1]$ بررسی کنید و در صورت برقراری شرایط، نقطه یا نقاط $C$ مذکور در قضیه را بیابید.	۵
۱/۷۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sin x + \cos x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۶
۱/۲۵	جهت تقعر و نقطه‌ی عطف تابع $f(x) = x^3 - 3x^2$ را در صورت وجود پیدا کنید.	۷
۱/۲۵	حد رو به رو را با استفاده از قاعده‌ی هوییتال حساب کنید. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$	۸
۱/۵	تابع $y = x - 2\sqrt{x}$ در کدام بازه صعودی اکید است؟	۹
۰/۷۵	دیفرانسیل تابع $f(x) = \text{Arc tan}(2x)$ را در نقطه‌ی $x = 0$ به دست آورید.	۱۰
۱/۲۵	بدون محاسبه‌ی انتگرال، نامساوی $1 \leq \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^4} dx \leq 2$ را ثابت کنید.	۱۱
۱/۷۵	مقدار تقریب نقصانی مساحت زیر خط $y = \frac{x+1}{4}$ را بین $0$ تا $2$ برای $n = 4$ محاسبه کنید.	۱۲
۱	بدون محاسبه‌ی انتگرال، مشتق $\int_0^t \sqrt{1-x^2} dx$ را پیدا کنید.	۱۳
۲	انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید. الف) $\int_0^2 x[x] dx$ ب) $\int x(x^2 + 3)^2 dx$	۱۴

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۲۳	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$(\frac{1}{y}, a) \in f^{-1} \Rightarrow (a, \frac{1}{y}) \in f \Rightarrow a = 1 \quad (0/25)$ $f'(x) = \frac{-1 \cdot (0/25)}{(1+x)^2 \cdot (0/25)} \Rightarrow m = \underbrace{(f^{-1})'(\frac{1}{y})}_{(0/25)} = \frac{1}{f'(1)} = -4 \cdot (0/25) \Rightarrow y - 1 = -4(x - \frac{1}{y}) \quad (0/25)$	۱																
۱	$f'(x) = \frac{-1}{x^2} \quad (0/25) \Rightarrow f''(x) = \frac{2}{x^3} \quad (0/25) \Rightarrow f'''(x) = \frac{-6}{x^4} \quad (0/25) \Rightarrow f'''(-1) = -6 \quad (0/25)$	۲																
۱/۵	الف) $C'(x) = 10 + \frac{x}{50} \quad (0/5) \Rightarrow C'(50) = 11 \quad (0/25)$ ب) $C(51) = 2536/01 \quad (0/25)$ , $C(50) = 2525 \quad (0/25) \Rightarrow C(51) - C(50) = 11/01 \quad (0/25)$	۳																
۲	الف) $f'(x) = 3x^2 - 2x \quad (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} \begin{cases} x = 0 \quad (0/25) \\ x = \frac{2}{3} \quad (0/25) \end{cases}$ نقاط بحرانی ب) $f''(x) = 6x - 2 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} f''(0) = -2 < 0 \quad (0/25) \Rightarrow \text{ماکسیمم نسبی} \quad (0/25) \\ f''(\frac{2}{3}) = 2 > 0 \quad (0/25) \Rightarrow \text{مینیمم نسبی} \quad (0/25) \end{cases}$	۴																
۱/۵	تابع $f$ روی بازه‌ی $[-1, 1]$ پیوسته $(0/25)$ و روی بازه‌ی $(-1, 1)$ مشتق پذیر $(0/25)$ است و $f(1) = f(-1) = \sqrt{2} \quad (0/25)$ . بنابراین طبق قضیه‌ی رول حداقل یک $c$ , $-1 < c < 1$ وجود دارد که $f'(c) = 0 \quad (0/25)$ . از طرفی $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (0/25)$ . به عبارت دیگر $\frac{c}{\sqrt{1+c^2}} = 0$ پس $c = 0 \quad (0/25)$ .	۵																
۱/۷۵	$y' = \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \quad (0/25) \\ x = \frac{5\pi}{4} \quad (0/25) \end{cases}$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>\frac{\pi}{4}</math></td> <td><math>\frac{5\pi}{4}</math></td> <td><math>2\pi</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>\sqrt{2}</math></td> <td><math>-\sqrt{2}</math></td> <td><math>1</math></td> </tr> </table> $(0/5)$	$x$	$0$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$2\pi$	$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$y$	$1$	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	$1$	 $(0/5)$	۶
$x$	$0$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$2\pi$														
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$														
$y$	$1$	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	$1$														
۱/۲۵	$y' = 3x^2 - 6x \quad (0/25)$ $y'' = 6x - 6 \quad (0/25) \xrightarrow{y''=0} x = 1$ $(0/25)$ نقطه‌ی عطف $(1, -2)$	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y''</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>\cap</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>\cup</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	$y''$	$-$	$0$	$+$	$y$	$\cap$	$-2$	$\cup$	۷			
$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$															
$y''$	$-$	$0$	$+$															
$y$	$\cap$	$-2$	$\cup$															

