

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۳/۶/۸	تعداد صفحه : ۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	کدامیک از اعداد زیر گویا و کدام یک گنگ است؟ د) $\log 3$ ج) $3/\sqrt{2}$ ب) $\frac{1}{4}$ الف) $\sqrt{5}$	۱
۲	به کمک قضیه ی فشرده گی ، ثابت کنید دنباله ی $\left\{ \frac{\sin n}{n} \right\}$ همگراست.	۱
۳	نشان دهید که خط $y = 2$ نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2(x-3)^2 + x$ را قطع می کند.	۱
۴	حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2}$ را محاسبه کنید. (بدون استفاده از هم ارزی و هوییتال)	۱
۵	آهنگ تغییر حجم مکعبی به طول ضلع x را نسبت به x وقتی $x = 3$ است بیابید.	۱
۶	با استفاده از تعریف مشتق ، مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در $x = 2$ بررسی نمایید.	۱/۵
۷	مشتق چهارم تابع $f(x) = x^2(x^2+1)(x^2+3)$ را در $x = 1$ حساب کنید.	۱/۵
۸	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $\cos x + x^3 y^5 - 2y^2 = 0$ ب) $y = \ln \sqrt{x}$ ج) $y = e^{5x^2-1}$	۲
۹	فرض کنید $f(x) = x^3 + 1$ ، مقدار $(f^{-1})'(0)$ را در صورت وجود ، پیدا کنید.	۱
۱۰	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید: الف) $x = 0$ ، نقطه ی مینیمم موضعی (نسبی) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ است. ب) تابع $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2$ دارای یک نقطه ی عطف می باشد. ج) در تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ نقطه ی $x = 1$ ، یک نقطه ی بحرانی است.	۱/۵
۱۱	مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۶ است . بزرگترین مقدار ممکن برای حاصل ضرب آنها را پیدا کنید.	۱/۵
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-4}$ را رسم کنید.	۲
۱۳	با استفاده از افراز مناسب ، مساحت ناحیه ی تحت $y = x^2$ بالای $y = 0$ از $x = 0$ تا $x = 3$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	مشتق تابع $G(x) = \int_1^x \frac{1+t}{t^2} dt$ را بیابید.	۰/۵
۱۵	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int (x^2 + x - 1) dx$ ب) $\int_{-1}^1 [x] dx$	۲
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	گنگ(الف) (۰/۲۵)	گویا(ب) (۰/۲۵)	گویا(ج) (۰/۲۵)	گنگ(د) (۰/۲۵)	۱
	(صفحه ۷ و ۸)				
۱	$\frac{-1}{n} \leq \frac{\sin n}{n} \leq \frac{1}{n}, n \text{ در نتیجه برای هر عدد طبیعی } n$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n}{n} = 0 \text{ پس } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{n} = 0$ می دانیم همواره $-1 \leq \sin x \leq 1$ (۰/۲۵) چون (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۴۹)				۲
۱	چون تابع f چندجمله ای است پس در هر نقطه از \mathbb{R} پیوسته است پس در بازه ی $[1, 3]$ نیز، پیوسته است. (۰/۲۵) از طرفی $f(1) = 1, f(3) = 3$ بنابراین طبق قضیه ی مقدار میانی خط $y = 2$ که بین خطوط $y = 1$ و $y = 3$ قرار دارد نمودار f را قطع می کند. (۰/۲۵) (مثال کتاب صفحه ۱۰۲) (۰/۵)				۳
۱	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{1}{x}}{1-\frac{2}{x}} = \frac{3-0}{1-0} = 3$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{1}{x}}{1} = 3$ (صفحه ۱۱۰-۱۱۲) (۰/۵)				۴
۱	$v = x^3 \text{ حجم مکعب (۰/۲۵)}$ $v' = 3x^2 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow v'(3) = 27 \text{ (۰/۵)}$ (مشابه مسئله ۱ کتاب صفحه ۱۳۰)				۵
۱/۵	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} \text{ (۰/۲۵)}$ $\rightarrow \begin{cases} f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 \text{ (۰/۵)} \\ f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 \text{ (۰/۵)} \end{cases}$ $f'_+(2) \neq f'_-(2) \text{ پس تابع } f \text{ در } x = 2 \text{ مشتق پذیر نمی باشد. (۰/۲۵)}$ (مشابه مثال صفحه ۱۳۳)				۶
۱/۵	$f(x) = x^6 + 4x^4 + 3x^2$ $f'(x) = 6x^5 + 16x^3 + 6x \text{ (۰/۲۵)}$ $f''(x) = 30x^4 + 48x^2 + 6 \text{ (۰/۲۵)}$ $f^{(3)}(x) = 120x^3 + 96x \text{ (۰/۲۵)}$ $f^{(4)}(x) = 360x^2 + 96 \text{ (۰/۲۵)}$ $f^{(4)}(1) = 456 \text{ (۰/۵)}$ (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۴۶)				۷

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳	
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمره		

۱۳	<p>بازه ی $[0, 3]$ را به n بازه ی جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $x_0 = 0, x_1 = \frac{3}{n}, x_2 = \frac{6}{n}, \dots, x_n = \frac{n}{n} = 1 \quad x_i = \frac{3}{n}i \quad (0/25) \rightarrow$ $f(x_i) = \left(\frac{3}{n}i\right)^2 = \frac{9}{n^2}i^2 \quad (0/25), \quad \Delta x_i = \frac{3}{n} \quad (0/25)$ $\rightarrow s_n = \sum_{i=1}^n \frac{9}{n^2}i^2 \times \frac{3}{n} = \frac{27}{n^3} \times \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{27}{n^3} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \rightarrow A = \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = 9 \quad (0/25)$ <p>(مشابه مسئله ۴ کتاب صفحه ۲۲۶)</p>
۱۴	<p>$G'(x) = 1 \times \frac{1+x}{x^2} \quad (0/5)$</p> <p>(مشابه مثال صفحه ۲۴۶)</p>
۱۵	<p>الف) $\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{2} - x + c \quad (1)$</p> <p>ب) $\int_1^0 -1 dx + \int_0^1 0 dx = \underbrace{-x _1^0}_{(0/25)} = -1 \quad (0/25)$</p> <p>(محاسبه انتگرال معین و نامعین به کمک قضایا صفحه ۲۴۴-۲۴۰)</p>
۲۰	<p>همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر</p>