

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴ / ۶ / ۷	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

۱	فرض کنید برای هر عدد مثبت h ، $a < h$ ، $a \leq 0$ ثابت کنید $a = 0$	۱
۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید: الف) هر دنباله نزولی و کران دار از پایین ، همگراست . ب) در بازه $A = [1, 3]$ ، عدد $\sqrt{3}$ ماکسیمم A است. ج) حد دنباله $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{n}{3}}$ برابر است با $e^{\frac{1}{3}}$. د) دنباله $\left\{3 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$ یک دنباله نزولی است .	۱
۳	در تابع زیر ، مقدار a را چنان بیابید که تابع در نقطه $x = 0$ پیوسته باشد . $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+8} - 2 & x \neq 0 \\ x & \\ a & x = 0 \end{cases}$	۲
۴	معادله خط مماس بر منحنی $y = \frac{1}{x}$ را در نقطه $(1, 1)$ بنویسید . (محاسبه شیب مماس به کمک تعریف)	۱
۵	مشتق پذیری تابع زیر را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید . $f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$	۱/۵
۶	مشتق چهارم تابع $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^2 + 3)$ را در $x = 1$ حساب کنید .	۱/۵
۷	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) . الف) $y = e^{\tan \sqrt{x}}$ ب) $y = \ln(x^2 + 1)$ ج) $y^3 + \cos(x + y) - x^2 y^5 = 1$	۲/۵
۸	جاهای خالی را با عبارات مناسب ، پر کنید . الف) اگر $f(x) = x^3 + 1$ باشد ، $(f^{-1})'(0)$ برابر است با ب) مختصات نقطه عطف تابع $f(x) = \tan x$ در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ برابر است با	۱
۹	طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ را در دامنه اش به دست آورید .	۱/۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۶/۷	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱۰	بالنی را از هوا پر می کنیم به طوری که حجم آن با آهنگ ۴۰ سانتی متر مکعب بر ثانیه افزایش می یابد. وقتی شعاع بالن ۱۰ سانتی متر است ، شعاع بالن با چه آهنگی افزایش می یابد؟	۱
۱۱	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \sin x + \cos x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۲
۱۲	با استفاده از افزایشهای مناسب ، مساحت ناحیه ای را بیابید که تحت خط مستقیم $y = x + 3$ بوده و محدود به خطوط $x = 0$ و $x = 2$ می باشد.	۱/۵
۱۳	مشتق تابع $G(x) = x^5 \int_{-1}^{2x} e^{-t^2} dt$ را به دست آورید.	۱
۱۴	انتگرال معین زیر را حساب کنید.	۱/۵
	$\int_{-1}^2 x dx$	
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۶/۷	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

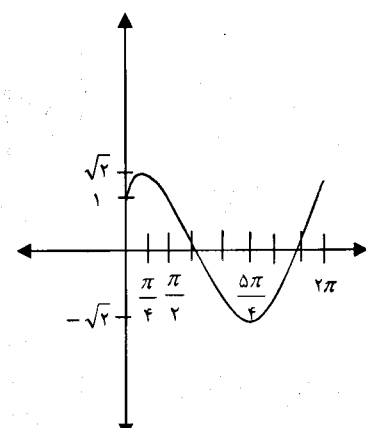
۱	<p>برهان خلف: فرض کنیم $a \neq 0$ (۰/۲۵) پس:</p> $a > 0 \rightarrow 0 < a < a \quad (۰/۲۵) \quad \text{تناقض} \Rightarrow a = 0 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">(ص ۱۷ کتاب)</p>	۱
۱	<p>(الف) درست (۰/۲۵) (ب) نادرست (۰/۲۵) (ج) نادرست (۰/۲۵) (د) درست (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">(ص ۴۳ و ۴۲ و ۴۷ و ۲۵ کتاب)</p>	۲
۲	<p>باید $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ (۰/۲۵)</p> $f(0) = a \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x} \times \frac{\sqrt[3]{(x+8)^2} + 2\sqrt[3]{x+8} + 4}{\sqrt[3]{(x+8)^2} + 2\sqrt[3]{x+8} + 4} \quad (۰/۵) \Rightarrow a = \frac{1}{12} \quad (۰/۲۵)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{(x+8)^2} + 2\sqrt[3]{x+8} + 4} \quad (۰/۵) = \frac{1}{12} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">(ص ۹۹ کتاب)</p>	۳
۱	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} \quad (۰/۲۵) =$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{x(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{x} = -1 = m \quad (۰/۲۵)$ <p>معادله ی خط مماس: $y - 1 = -1(x - 1) \rightarrow y = -x + 2$ (۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">(ص ۱۲۵ کتاب)</p>	۴
۱/۵	$f'_+(\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{f(x) - f(\infty)}{x - \infty} = \lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{x^2 - \infty}{x - \infty} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow \infty^+} x = \infty \quad (۰/۲۵)$ $f'_-(\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty^-} \frac{f(x) - f(\infty)}{x - \infty} = \lim_{x \rightarrow \infty^-} \frac{x - \infty}{x - \infty} \quad (۰/۲۵) = 1 \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵) $f'_+(\infty) \neq f'_-(\infty)$ پس تابع مذکور در صفر مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">(ص ۱۳۳ کتاب)</p>	۵
ادامه در برگه دوم		

مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۶/۷	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f(x) = x^6 + 3x^5 - x^2 - 3$ $f'(x) = 6x^5 + 15x^4 - 2x \quad (0/25)$ $f''(x) = 30x^4 + 60x^3 - 2 \quad (0/25)$ $f^{(3)}(x) = 120x^3 + 180x^2 \quad (0/25)$ $f^{(4)}(x) = 360x^2 + 360x \quad (0/25)$ $f^{(4)}(1) = 720 \quad (0/5)$	۶
۲/۵	<p>الف) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(1 + \tan^2 \sqrt{x}) \times e^{\tan \sqrt{x}} \quad (0/75)$</p> <p>ب) $y' = \frac{4x^3}{x^4 + 1} \quad (0/5)$</p> <p>ج) $3y^2 y' - \sin(x+y) - y' \sin(x+y) - 3x^2 y^5 - 5y^4 y' x^3 = 0 \quad (1/25)$</p>	۷
۱	<p>الف) $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(-1)} = \frac{1}{3} \quad (0/5)$</p> <p>ب) $(0, 0) \quad (0/5)$</p>	۸
۱/۵	$D = [-1, 1] \quad (0/25) \quad f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} \quad (0/25)$ $-2x = 0 \quad (0/25) \rightarrow x = 0 \quad \text{قابل قبول} \quad (0/25)$ $2\sqrt{1-x^2} = 0 \quad (0/25) \rightarrow x = \pm 1 \quad \text{غیر قابل قبول} \quad (0/25)$	۹
۱	$v = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (0/25)$ $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \times \frac{dr}{dt} \quad (0/25) \rightarrow 40 = 4\pi r^2 \times \frac{dr}{dt} \quad (0/25) \rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{1}{10\pi} \quad (0/25)$	۱۰

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۶/۷	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	$f'(x) = \cos x - \sin x \quad (0/5)$ $y' = 0 \rightarrow \tan x = 1 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4} \quad (0/5)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{\pi}{4}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> <td>$\frac{5\pi}{4}$</td> <td>2π</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$1 \nearrow$</td> <td>$\sqrt{2}$</td> <td>\searrow</td> <td>$1 \searrow$</td> <td>$-\sqrt{2} \nearrow$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(0/5)</p>  <p style="text-align: center;">(0/5)</p> <p style="text-align: right;">(ص ۲۱۰ کتاب)</p>	x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{4}$	2π	y'	$+$	0	$-$	$-$	0	y	$1 \nearrow$	$\sqrt{2}$	\searrow	$1 \searrow$	$-\sqrt{2} \nearrow$	۱۱
x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{4}$	2π															
y'	$+$	0	$-$	$-$	0															
y	$1 \nearrow$	$\sqrt{2}$	\searrow	$1 \searrow$	$-\sqrt{2} \nearrow$															
۱/۵	<p style="text-align: center;">بازه $[0, 2]$ را به n بازه جزئی با طول مساوی تقسیم میکنیم</p> $x_0 = 0 \quad x_1 = \frac{2}{n} \quad x_2 = \frac{4}{n} \quad \dots \quad x_n = \frac{2n}{n} = 2 \quad (0/25)$ $\Delta x_i = \frac{2}{n} \quad f(x_i) = x_i + 3 = \frac{2i}{n} + 3 \quad (0/25)$ $S_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i}{n} + 3 \right) \times \frac{2}{n} = \frac{2}{n} \left[\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n 3 \right] \quad (0/25) = \frac{2}{n} \left[\frac{2}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} + 3n \right] = \frac{2}{n} (n+1) + 6 \quad (0/5)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 8 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">(ص ۲۲۶ کتاب)</p>	۱۲																		
۱	$G'(x) = \underbrace{5x^2 \int_{-1}^{2x} e^{-t^2} dt}_{(0/5)} + \underbrace{x^5 \times 2e^{-9x^2}}_{(0/5)}$ <p style="text-align: right;">(ص ۲۴۶ کتاب)</p>	۱۳																		
۱/۵	$\int_{-1}^2 x dx = \underbrace{\int_{-1}^0 x dx}_{(0/25)} + \underbrace{\int_0^2 x dx}_{(0/5)} = \int_{-1}^0 -x dx + \int_0^2 x dx = \underbrace{\left. \frac{-x^2}{2} \right _{-1}^0}_{(0/5)} + \underbrace{\left. \frac{x^2}{2} \right _0^2}_{(0/5)} = \frac{5}{2} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">(ص ۲۴۳ کتاب)</p>	۱۴																		
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																			