

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه : ۱	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان ۱۳۹۷/۶/۵	ساعت شروع : ۸ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

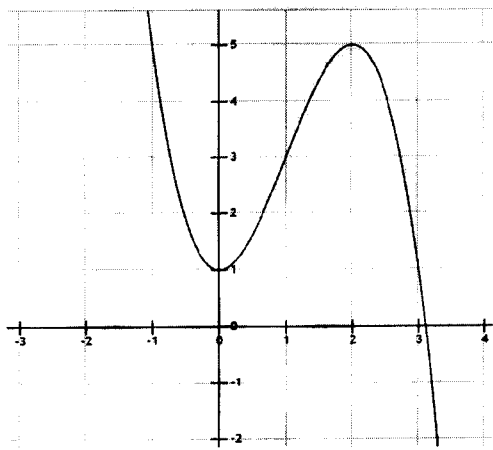
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید: الف) کسر یا عدد گویای مساوی بسط اعشاری ...۰/۷۲۲۲ برابر است با ب) اگر برای هر عدد حقیقی مثبت h داشته باشیم $h < x + 1 \leq 0$ ، آنگاه x برابر است با پ) اینفیموم بازه $A = (-۳, ۴]$ برابر است با ت) دنباله $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{2n} \right\}$ همگرا به است.	۱
۲	به کمک تعریف نشان دهید دنباله $\{\sqrt{n-2}\}$ به $+\infty$ واگراست.	۱
۳	نشان دهید دنباله $\left\{ \frac{\cos n}{n} \right\}$ همگراست.	۱
۴	نشان دهید که خط $y = ۲$ نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2(x-3)^2 + x$ را در بازه $[۱, ۳]$ قطع می کند.	۱
۵	حد تابع $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4x - 3}}{3x - 1}$ را در صورت وجود محاسبه کنید.	۱
۶	تمام مجانب های تابع $f(x) = \frac{2x^2 - x + 3}{x - 1}$ را در صورت وجود تعیین کنید.	۱
۷	تابع هزینه تولید x واحد از محصولی، روزانه $C(x) = 5000 + 100x + x^2$ می باشد. هزینه تولید ۱۰۱ امین محصول را بیابید.	۱
۸	نشان دهید نقطه $x = 3$ یک نقطه گوشه برای تابع $f(x) = x^2 - 3x $ است. سپس تانژانت زاویه ای ایجاد شده در نقطه ی گوشه را به دست آورید.	۱/۵
۹	فرض کنید $f(x) = 2x^3 + 3x + 1$ باشد. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(2+h) - f'(2)}{h}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $y = \ln(x^2 + 2x)$ ب) $y^3 + \sin(2x + y) + x^2 y = 1$	۲
۱۱	طول نقطه بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$ را در دامنه اش به دست آورید.	۱
۱۲	جهت تقعر تابع f با ضابطه $f(x) = x + \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ مشخص کنید.	۱/۵
۱۳	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۲
۱۴	الف) جمع $\sum_{i=1}^n \frac{2i}{n}$ را بسط دهید. ب) جمع $100x^{100} + 99x^{99} + \dots + 2x^2 + x$ را با استفاده از نماد Σ بنویسید.	۱/۵
۱۵	مقدار میانگین تابع $f(x) = 3x^2 - 2$ را در بازه $[-1, 2]$ محاسبه کنید.	۱
۱۶	انتگرال مقابل را محاسبه کنید: $\int \left(\cos 2x + \frac{1}{x} + \sqrt{x} \right) dx$	۱
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۶/۵	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷	
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمبر		

۱	الف) $\frac{۶۵}{۹۰}$ (۰/۲۵) ب) -۱ (۰/۲۵) پ) -۳ (۰/۲۵) ت) $(۰/۲۵)e^۲$	۱
۱	$(\forall k > 0 \exists M \in \mathbb{N}, n \geq M \rightarrow \sqrt{n-۲} > k) \xrightarrow{(۰/۲۵)} n-۲ > k^۲ \xrightarrow{(۰/۲۵)} n > k^۲+۲ \xrightarrow{(۰/۲۵)} M \geq [k^۲+۲]+۱(۰/۲۵)$	۲
۱	$-1 \leq \cos n \leq 1 \xrightarrow{(۰/۲۵)} -\frac{1}{n} \leq \frac{\cos n}{n} \leq \frac{1}{n}, \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \xrightarrow{(۰/۵)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n} = 0 (۰/۲۵)$ همگرا به صفر است	۳
۱	تابع f در بازه $[۱, ۳]$ پیوسته است (۰/۲۵) و داریم: $f(۱) = ۱, f(۳) = ۳ (۰/۲۵)$ $\rightarrow f(۱) < ۲ < f(۳) \xrightarrow{(۰/۲۵)} \exists c \in [۱, ۳], f(c) = ۲ (۰/۲۵)$	۴
۱	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ x \sqrt{1 + \frac{۴}{x} - \frac{۳}{x^۲}}}{x \left(۳ - \frac{۱}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 + \frac{۴}{x} - \frac{۳}{x^۲}}}{\left(۳ - \frac{۱}{x}\right)} = -\frac{۱}{۳} (۰/۲۵)$	۵
۱	مجانِب قائم: $\lim_{x \rightarrow ۱^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow ۱^-} f(x) = -\infty \rightarrow x = ۱ (۰/۵)$ مجانِب مایل: $\frac{۲x^۲ - x + ۳}{x-۱} = ۲x + ۱ + \frac{۴}{x-۱} \xrightarrow{(۰/۲۵)} y = ۲x + ۱ (۰/۲۵)$	۶
۱	هزینه تولید ۱۰۱ امین محصول $c'(x) = ۱۰۰ + ۲x \xrightarrow{(۰/۵)} c'(۱۰۰) = ۱۰۰ + ۲(۱۰۰) = ۳۰۰ (۰/۵)$	۷
۱/۵	$f'_+(۳) = \lim_{x \rightarrow ۳^+} \frac{x(x-۳)}{x-۳} = ۳$ $f'_-(۳) = \lim_{x \rightarrow ۳^-} \frac{-x(x-۳)}{x-۳} = -۳$ $\tan \theta = \left \frac{۳+۳}{۱-۹} \right = \frac{۶}{۸} (۰/۵)$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)} x = ۳ (۰/۲۵)$ نقطه گوشه است	۸
۱/۵	$f'(x) = ۶x^۲ + ۳ (۰/۵), f''(x) = ۱۲x (۰/۲۵)$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(۲+h) - f'(۲)}{h} = f''(۲) = ۲۴ (۰/۲۵)$	۹
ادامه در برگه دوم		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۶/۵	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	$\text{الف) } y' = \frac{\overbrace{2x^2 + 2}^{(0/5)}}{\underbrace{x^2 + 2x}_{(0/25)}}$ $\text{ب) } y' = -\frac{\overbrace{2 \cos(2x+y) + 2xy}^{(0/5)}}{\underbrace{2y^2 + \cos(2x+y) + x^2}_{(0/75)}}$	۱۰																								
۱	$D_f = [0, 4] \quad (0/25), \quad y' = \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}} \rightarrow \begin{cases} 4-2x=0 \rightarrow x=2 \\ 2\sqrt{4x-x^2}=0 \rightarrow x=0, x=4 \end{cases} \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">$x=2$ نقطه درونی بازه است پس نقطه بحرانی می باشد. (۰/۲۵)</p>	۱۱																								
۱/۵	$y' = 1 + \cos x \quad (0/25), \quad y'' = -\sin x \xrightarrow{y''=0} x=0, x=\pi, x=2\pi \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>۰</td> <td>π</td> <td>2π</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>تقعر بسمت پایین</td> <td></td> <td>تقعر بسمت بالا</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">(۰/۷۵)</p>	x	۰	π	2π	y''	-	۰	+	y	تقعر بسمت پایین		تقعر بسمت بالا	۱۲												
x	۰	π	2π																							
y''	-	۰	+																							
y	تقعر بسمت پایین		تقعر بسمت بالا																							
۲	$D_f = (-\infty, +\infty) \quad (0/25)$ $y' = -3x^2 + 6x \quad (0/25) \xrightarrow{y'=0} x=0, x=2 \quad (0/25)$ $y'' = -6x + 6 \quad (0/25) \xrightarrow{y''=0} x=1 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td></td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td>↘ ۱</td> <td>↗ ۳</td> <td>↘ ۵</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <div style="text-align: right;">  </div>	x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$	y'	-	۰	+	۰	-	y''		+	۰	-		y	$+\infty$	↘ ۱	↗ ۳	↘ ۵	$-\infty$	۱۳
x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$																					
y'	-	۰	+	۰	-																					
y''		+	۰	-																						
y	$+\infty$	↘ ۱	↗ ۳	↘ ۵	$-\infty$																					
ادامه در برگه سوم																										

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۶/۵	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	الف) $\frac{۲}{n} + \frac{۴}{n} + \frac{۶}{n} + \dots + \frac{۲n}{n}$ (۰/۷۵) ب) $\sum_{i=1}^{100} i x^i$ (۰/۷۵)	۱۴
۱	$\bar{f} = \frac{1}{۲+1} \int_{-1}^۲ (۳x^۲ - ۲) dx = \frac{1}{۳} (x^۳ - ۲x) \Big _{-1}^۲ = \frac{1}{۳} ((۸-۴) - (-1+۲)) = ۱$	۱۵
۱	$\frac{1}{۲} \sin ۲x + \frac{Lnx}{(۰/۲۵)} + \frac{۲}{۳} x\sqrt{x} + c$	۱۶
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	